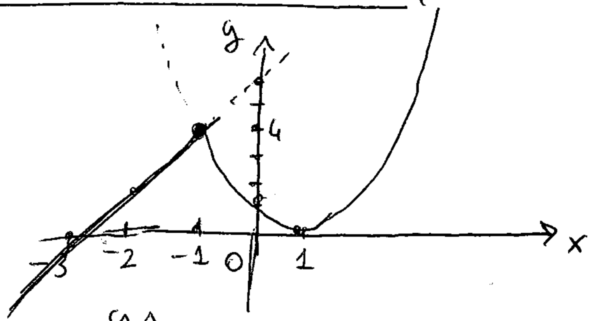
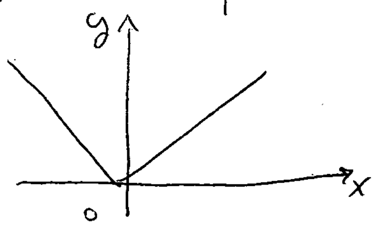
# FUNZIONI DEFINITE PER CASI

$$y = f(x) = \begin{cases} 2x+6 & \text{se } x \le -1 \\ x^2-2x+1 & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

$(x-1)^2$




$$y = |x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$




$y$ è l'immagine di $x$
$x$ è la controimmagine di $y$

$\boxed{\text{INIETTIVITA'}}$ → come verificarla dall'equazione.

Def di $f(x)$ INIETTIVA $f: A \to B$
se ogni elemento di B ha al massimo una controimmagine in A
cioè $\forall x_1 \neq x_2 \in A \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

① $y = 3x+1$ E' INIETTIVA

Operativamente si pone $f(x_1) = f(x_2)$ e si deve trovare che $x_1 = x_2$ (SI NEGA LA TESI E TROVO LA NEGAZIONE DELL'IPOTESI (PROPOSIZIONE CONTRONOMINALE)

$$3x_1+1 = 3x_2+1 \xRightarrow[\text{1° principio di equivalenza delle eq.}]{\text{TOLGO } +1} 3x_1 = 3x_2 \xRightarrow[\text{2° PRINCIPIO di equivalenza delle eq.}]{\text{DIVIDO PER 3}} x_1 = x_2$$

$y = x^2-2x+2$ NON E' INIETTIVA

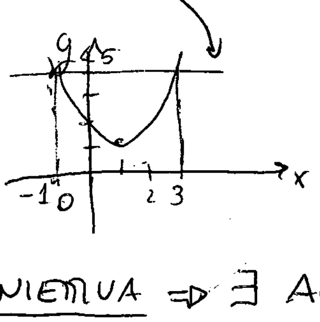
② Basta trovare un valore di $y$ che ha 2 controimmagini → ES: $y=2$
$\cancel{2} = x^2-2x+\cancel{2} \Rightarrow x(x-2)=0$, $x=0$, $x=2$

VERIFICA quindi $f(0) = f(2) = 0$ 0 e 2 hanno le stesse imm.

Se trovo un valore di $y$ che è immagine di due diversi valori di $x$ allora non è iniettiva.

$y = 5$ → $5 = x^2-2x+2$

dal grafico




$x^2-2x+2-5=0$

$x^2-2x-3=0$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+3} = 1 \pm 2 = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$

$V(+1, 1)$

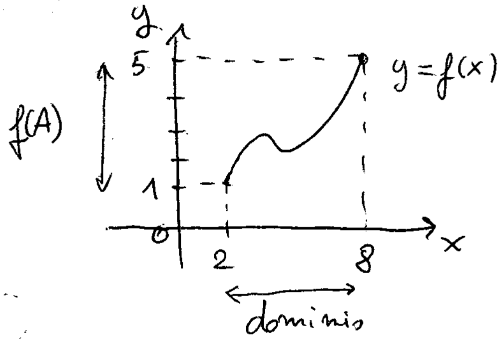
NON INIETTIVA ⇒ ∃ ALMENO 1 RETTA // x che interseca il grafico in più di 1 punto.

$f: A \to B$

$\boxed{\text{SURIETTIVA}}$ → l'insieme di arrivo B coincide con $f(A)$ = insieme delle IMMAGINI

Ogni elemento di B ha almeno una controimmagine in A.

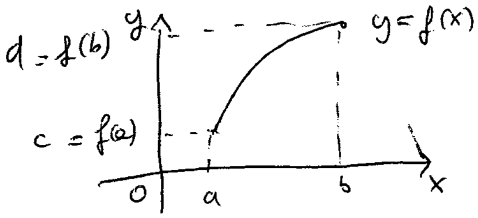
Una funzione può sempre diventare SURIETTIVA: restringo l'insieme di arrivo e lo faccio coincidere con $f(A)$.




$f: [2,8] \to \mathbb{R}$ non è SURIETTIVA

$f: [2,8] \to [1,5]$ E' SURIETTIVA

$D = 2 \le x \le 8$ $\quad 1 \le y \le 5$ "$f(A)$




INIETTIVA E SURIETTIVA ⇒ BIUNIVOCA

$f: [a,b] \to [c,d]$

$x \to f(x)$

FUNZIONE INVERSA

$f: A \to B$ BIIETTIVA : $\forall x \in A \ \ y = f(x) \in B$ $\quad f: A \to B$, $x \to y = f(x)$

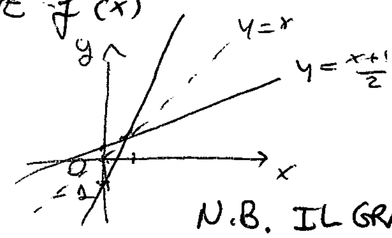
La funzione inversa di $f$ è la funzione BIIETTIVA

$f^{-1}: B \to A \quad : \quad \forall y \in B \ \ x = f^{-1}(y) \in A$

$y \to f^{-1}(y) = x$

N.B: $f^{-1} \neq \frac{1}{f}$

COME DETERMINARE L'INVERSA DI UNA FUNZIONE $f^{-1}(x)$




$f(x) = y = 2x - 1$ $\qquad f(x): \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

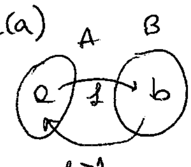
Scambio X con la y

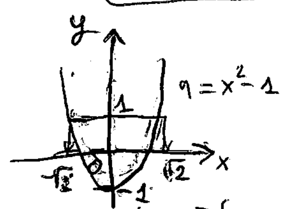
$x = 2y - 1$ e ricavo la y $\quad 2y = x + 1 \quad$ $f^{-1}(x)$ $\boxed{y = \frac{x+1}{2}}$

N.B. IL GRAFICO della funzione inversa è SIMMETRICO rispetto alla retta $y = x$

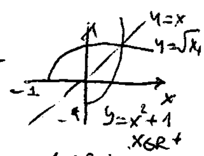
se $\boxed{P(a,b) \in f(x)}$ ⇒ $a = f^{-1}(b)$ ⇒ $\boxed{P'(b,a) \in f^{-1}(x)}$ ⇒ P e P' sono simmetrici rispetto alla retta $\boxed{y = x}$

$b = f(a)$




$D = \mathbb{R}$ $\quad C = y \ge -1$ ⇒ $f^{-1}$ $y \ge 1$ $\quad D = \mathbb{R}^+$ e $C = \mathbb{R}^-$




$y = x^2 - 1$ NON E' INIETTIVA ⇒ NON E' INVERTIBILE

C.E. $\boxed{x \ge -1}$ dominio dell'inversa

$x = y^2 - 1$ ⇒ $y^2 = x + 1$ ⇒ $y = \pm\sqrt{x+1}$ $\begin{cases} + \ \ y = \sqrt{x+1} \\ - \ \ y = -\sqrt{x+1} \end{cases}$

ho 2 inverse