ESERCITAZIONE – GONIOMETRIA (SENZA CALCOLATRICE)

(1) Disegna un angolo acuto che ha la tangente uguale a $\frac{3}{4}$ e trova i valori del seno e del coseno. L'esercizio non deve essere risolto trovando l'angolo $\left[\cos\alpha = \frac{4}{5};\ \operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{5}\right]$

---

(2) Trova il valore dell'espressione $\operatorname{sen}^2 50° + \cos^2 130°$ spiegando il procedimento.

(2b) Sapendo che $\cos\alpha = -\frac{1}{6}$ e che $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ disegna sulla circonferenza e calcola $\operatorname{sen}\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$, $\cot\alpha$ e il valore approssimato di α.

---

(3) Calcola il valore delle seguenti espressioni disegnando gli angoli che vi compaiono per mostrare come hai trovato il valore delle funzioni goniometriche

a) $\sqrt{2}\operatorname{sen}45° - \sqrt{3}\cos 150° + \tan 120° - \frac{1}{\tan 150°} + \operatorname{sen} 570° =$ [2

b) $2\operatorname{sen}\frac{\pi}{2} + 3\cos\pi + 4\cos 2\pi - \cos 0 =$ [0]

c) $5\cot\frac{\pi}{2} + 3\cos\frac{\pi}{2} - 2\tan 0 + \operatorname{sen}\frac{3}{2}\pi - 2\operatorname{sen}2\pi =$ [−1]

---

(4) Verifica le seguenti identità

a) $\frac{tg\alpha + tg\beta}{cotg\alpha + cotg\beta} = tg\alpha\, tg\beta$

b) $\operatorname{sen}^3\alpha = (\cos\alpha - \cos^3\alpha)\cdot tg\alpha$

c) $cotg\alpha + \frac{\operatorname{sen}^2\alpha + \operatorname{sen}\alpha - 1}{\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha} = \frac{\cos\alpha}{1-\operatorname{sen}^2\alpha}$

d) $\frac{1}{\operatorname{sen}\alpha} + \frac{1}{tg\alpha} = \frac{\cos\alpha + 1}{\operatorname{sen}\alpha}$

e) $\operatorname{sen}^2\alpha + (4\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha)^2 + (4\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha)^2 = 18 - \cos^2\alpha$

---

(5) Spiega come si disegna il grafico delle seguenti funzioni a partire dal grafico di: $y = \cos x$, $y = \operatorname{sen} x$, $y = x^2$

a) $y = |\cos x| + 1$ b) $y = |\operatorname{sen} x| - 1$

c) $y = \cos|x|$ d) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

e) $y = |\operatorname{sen}(x+\pi)|$ f) $y = (x-1)^2$

g) $y = x^2 + 3$ h) $y = |x^2 - 2x - 3|$

(6) Spiegare se le seguenti affermazioni sono vere o false e perché:

a) la funzione $y = \tan x$ è invertibile in $\mathbb{R}$

b) la funzione $y = \arctan x$ è l'inversa della restrizione della funzione $y = \tan x$ nell'intervallo $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

---

(7) Applicando le Riduzioni al primo quadrante e le relazioni tra gli archi associati, verificare le seguenti uguaglianze:

a) $$\frac{\operatorname{sen} 110° - \cos 160°}{\operatorname{tg} 200° - \operatorname{tg} 340°} = \cos 20° \operatorname{cotg} 20°$$

b) $$\frac{\cos^2 220°}{\operatorname{sen}^2(-40)} - \frac{\cos 230°}{\operatorname{sen} 140°} = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 40°}$$

Riduzione al 1° quadrante

$\operatorname{sen} 120° =$ $\quad$ $\operatorname{sen} 300° =$

$\cos 125° =$ $\quad$ $\cos(-158°)$

$\operatorname{tg} 160° =$ $\quad$ $\operatorname{sen} \frac{29}{8}\pi =$

$\operatorname{cotg} 146° =$ $\quad$ $\cos \frac{27}{5}\pi =$

---

(8) Servendosi delle relazioni fra le funzioni degli archi associati e degli archi complementari, semplificare le seguenti espressioni:

a) $\operatorname{sen}(90° - \alpha)\cos(90° + \alpha) + \cos(180° - \alpha)\operatorname{sen}(180° + \alpha)$ $\quad [0]$

b) $\operatorname{sen}(360° - \alpha)\cos(90° + \alpha) + \operatorname{sen}(90° - \alpha)\cos(270° - \alpha)$ $\quad [\operatorname{sen}\alpha(\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha$

c) $2\cos\frac{5\pi}{2} + 3\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - 3\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \frac{3}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ $\quad [\cos\alpha - \frac{3}{2}\operatorname{se}$

d) $$\frac{\operatorname{tg}(2\pi - \alpha) - \operatorname{cotg}(\pi - \alpha)}{\cos(-\alpha) + \operatorname{sen}(\pi + \alpha)} - \sec(-\alpha)$$ $\quad [\operatorname{cosec}\alpha]$

---

(9) TRASFORMA PRIMA TUTTO IN $\cos\alpha$ POI TUTTO IN $\operatorname{SEN}\alpha$

a) $\cos^2\alpha + \operatorname{tg}\alpha - 2\operatorname{sen}\alpha$ $\qquad$ b) $\dfrac{1 + \cos^2\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} + \cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha$

---

(10) Determinare l'equazione della retta r passante per $A(0,1)$ e che forma con il verso positivo delle x un angolo α tale che $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ - Fai il disegno

---

N.B. SI RICORDI CHE IL SENO DI UN ANGOLO CHE E' UN MULTIPLO DI π E' PARI A ZERO - MENTRE IL COSENO DI UN ANGOLO CHE E' UN MULTIPLO DI $\frac{\pi}{2}$ E' PARI A ZERO