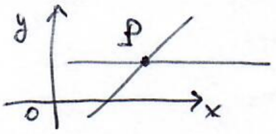
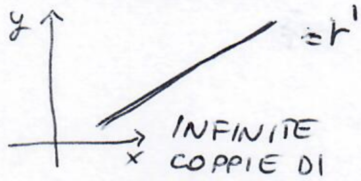
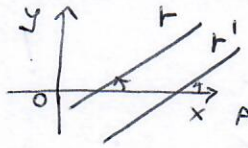
CRITERIO DEI RAPPORTI

→ Metodo che permette di classificare il tipo di sistema senza doverlo risolvere.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

(FORMA NORMALE)

DETERMINATO	INDETERMINATO	IMPOSSIBILE
se $\dfrac{a}{a'} \neq \dfrac{b}{b'}$	SE $\dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} = \dfrac{c}{c'}$	se $\dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} \neq \dfrac{c}{c'}$
RETTE INCIDENTI  SOLUZIONE LA COPPIA ORDINATA $(\bar{x}, \bar{y})$	RETTE COINCIDENTI  INFINITE COPPIE DI SOLUZIONI	RETTE PARALLELE  STESSO COEFFICIENTE ANGOLARE m NESSUNA SOLUZIONE $S = \emptyset$

ESEMPIO 1

$$\begin{cases} x + 5y = 3 \\ 2x - 4y = -8 \end{cases}$$

RAPPORTO DEI COEFFICIENTI DI x: $\dfrac{1}{2}$

RAPPORTO DEI COEFFICIENTI DI y: $-\dfrac{5}{4}$ $\Rightarrow \dfrac{1}{2} \neq -\dfrac{5}{4}$

$\Rightarrow$ SISTEMA DETERMINATO $\Rightarrow$ 1 SOLUZIONE $(\bar{x}, \bar{y})$

PER DETERMINARE LA SOLUZIONE INTERPRETO GRAFICAMENTE E POI APPLICO IL METODO DI SOSTITUZIONE

METODO GRAFICO

$$\begin{cases} 5y = -x + 3 \\ -4y = -2x - 8 \end{cases}$$

→ DIVIDO ENTRAMBI I MEMBRI PER 5 (2° PRINCIPIO DI EQUIVALENZA DELLE EQUAZIONI)

① $y = -\dfrac{1}{5}x + \dfrac{3}{5}$ → $m = -\dfrac{1}{5}$ → $q = \dfrac{3}{5}$

② $y = \dfrac{1}{2}x + 2$ → $m = \dfrac{1}{2}$ → $q = 2$

→ DIVIDO ENTRAMBI I MEMBRI PER -4 (2° PRINCIPIO)

m = COEFFICIENTE ANGOLARE PENDENZA

q = ORDINATA ALL'ORIGINE

①

x	y
0	3/5
3	0

$y = -\frac{1}{5}\cdot 0 + \frac{3}{5}$

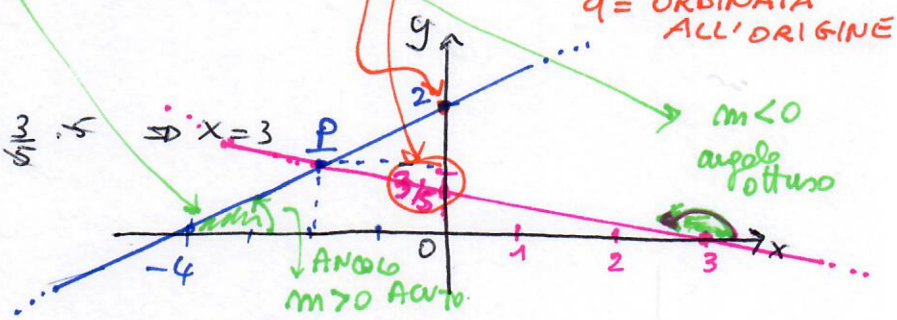
$0 = -\frac{1}{5}x + \frac{3}{5} \rightarrow \cancel{5}\,\frac{1}{\cancel{5}}x = \frac{3}{\cancel{5}}\cdot\cancel{5} \Rightarrow x = 3$

②

x	y
0	2
−4	0

$y = \frac{1}{2}\cdot 0 + 2$

$0 = \frac{1}{2}x + 2 \rightarrow -\frac{1}{2}x = 2 \rightarrow x = -4$



RETTE INCIDENTI
SISTEMA DETERMINATO

COORDINATE DI P DAL GRAFICO $(-2, 1)$

METODO DI SOSTITUZIONE

$$\begin{cases} x + 5y = 3 \\ 2x - 4y = -8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \boxed{-5y + 3} \\ 2(-5y + 3) - 4y = -8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -5y + 3 \\ -10y + 6 - 4y = -8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -5y + 3 \\ -14y = -14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -5y+3 \\ \dfrac{-\cancel{14}y}{-\cancel{14}} = \dfrac{-\cancel{14}}{-\cancel{14}} \end{cases} \rightarrow y = 1 \qquad \begin{cases} x = -5\cdot(1)+3 \rightarrow x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$P(-2, 1)$

ESEMPIO 2

$$\begin{cases} y = 2x + 1 & (1) \\ 3y = 6x + 3 & (2) \end{cases}$$

Se scriviamo le due equazioni in forme esplicite ci accorgiamo che coincidono:

$$\frac{\cancel{3}y}{\cancel{3}} = \frac{6x}{3} + \frac{3}{3} \rightarrow y = 2x + 1$$ che è uguale alla (1)

FORMA ESPLICITA

m

(1) $y = 2x + 1$

(2) $y = 2x + 1$

q

PERTANTO COINCIDONO ANCHE LE RETTE CHE TALI EQUAZIONI INDIVIDUANO.
LE INFINITE SOLUZIONI DEL SISTEMA SONO LE COORDINATE DEGLI INFINITI PUNTI IN COMUNE ALLE DUE RETTE.

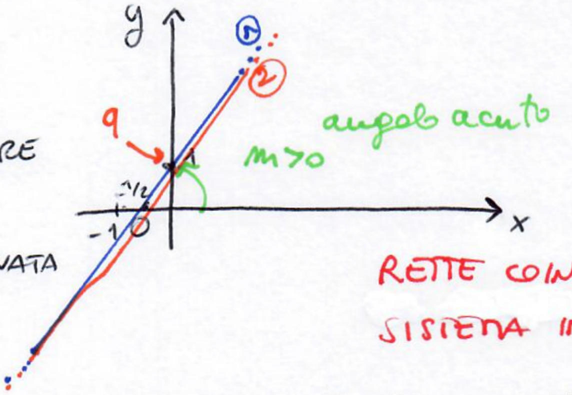
METODO GRAFICO

LE DUE RETTE HANNO LO STESSO COEFFICIENTE ANGOLARE

$m = 2$

E LA STESSA ORDINATA ALL'ORIGINE

$q = 1$



RETTE COINCIDENTI

SISTEMA INDETERMINATO

(1) $\equiv$ (2)

x	y
0	1
$-\frac{1}{2}$	0

$y = 2\cdot 0 + 1$

$0 = 2x + 1$

$-2x = 1$

$x = -\frac{1}{2}$

(ORDINATA DEL PUNTO DI INCONTRO TRA LA RETTA E L'ASSE Y)

CON IL CRITERIO DEI RAPPORTI, PONIAMO IL SISTEMA IN FORMA NORMALE

$$\begin{cases} -2x + y = 1 \\ -6x + 3y = 3 \end{cases}$$

RAPPORTO DEI COEFFICIENTI (CONSIDERIAMO ANCHE I SEGNI) N.B.

$$\frac{-2}{-6} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow$$ SISTEMA INDETERMINATO (RETTE COINCIDENTI)

METODO DI SOSTITUZIONE

$$\begin{cases} y = 2x+1 \; (*) \\ 3y = 6x + 3 \end{cases} \quad \begin{cases} (*) \\ 3(2x+1) = 6x + 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (*) \\ 6x + \cancel{3} = 6x + \cancel{3} \end{cases} \quad \begin{cases} * \\ 0x = 0 \end{cases}$$ EQUAZIONE INDETERMINATA (INFINITE SOL.)

QUANDO IN UN SISTEMA UNA EQUAZIONE E' INDETERMINATA ANCHE IL SISTEMA E' INDETERMINATO E AMMETTE INFINITE SOLUZIONI

ESEMPIO 3

$$\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 2x-3y=7 \end{cases}$$

CRITERIO DEI RAPPORTI (IL SISTEMA E' GIA' IN FORMA NORMALE)

$$\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{2}_{1}} \quad \frac{\cancel{-3}^{1}}{\cancel{-3}_{1}} \quad \frac{1}{7} \longrightarrow 1 = 1 \neq \frac{1}{7} \Rightarrow$$ SISTEMA IMPOSSIBILE RETTE PARALLELE

SEMPLIFICANDO LE FRAZIONI E CONFRONTO I RAPPORTI DEI COEFFICIENTI

METODO GRAFICO

(METTO IN FORMA ESPLICITA LE RETTE, ANCHE SE NON E' OBBLIGATORIO, MA CONSIGLIATO)

$$\begin{cases} -3y=-2x+1 \\ -3y=-2x+7 \end{cases} \qquad \begin{cases} ① \; y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \\ ② \; y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3} \end{cases}$$

SI NOTA CHE I DUE COEFFICIENTI ANGOLARI SONO UGUALI $m=\frac{2}{3}$ e $m'=\frac{2}{3}$

mentre $q=-\frac{1}{3} \neq q'=-\frac{7}{3}$

$\Rightarrow$ RETTE PARALLELE

①

x	y
0	$-1/3$
$+\frac{1}{2}$	0

$y=\frac{2}{3}\cdot 0-\frac{1}{3}=\boxed{-\frac{1}{3}}$

$0=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3} \rightarrow 3\left(-\frac{2}{\cancel{3}}\right)x=-\frac{1}{\cancel{3}}\cdot 3 \rightarrow -2x=-1 \rightarrow \boxed{x=+\frac{1}{2}}$

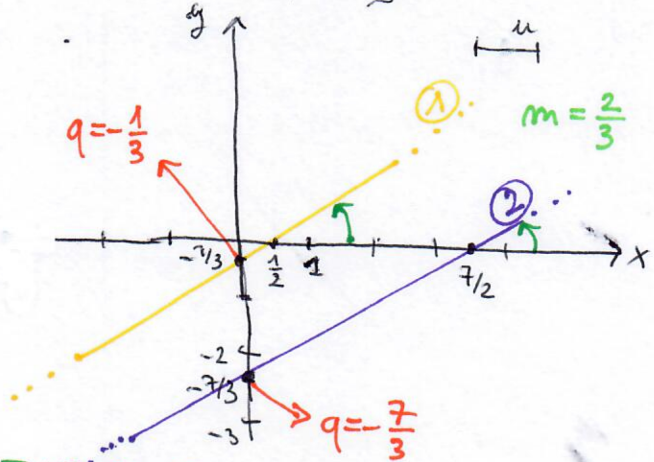
②

x	y
0	$-7/3$
$+\frac{7}{2}$	0

$y=\frac{2}{3}\cdot 0-\frac{7}{3}=-\frac{7}{3}$

$0=\frac{2}{3}x-\frac{7}{3} \rightarrow \cancel{3}\left(-\frac{2}{\cancel{3}}\right)x=-\frac{7}{\cancel{3}}\cdot \cancel{3} \rightarrow -2x=-7 \rightarrow \boxed{x=+\frac{7}{2}}$

N.B.
$-\frac{7}{3}=-7:3=-2,\overline{3}$



RETTE PARALLELE
NESSUNA SOLUZIONE
$S=\emptyset$
IMPOSSIBILE

METODO DI SOSTITUZIONE

$$\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 2x-3y=7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=\frac{1+3y}{2} \\ \cancel{2}\cdot\frac{1+3y}{\cancel{2}}-3y=7 \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{1+3y}{2} \\ 1+\cancel{3y}-\cancel{3y}=7 \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{1+3y}{2} \\ 0y=6 \end{cases}$$

EQUAZIONE IMPOSSIBILE

QUANDO IN UN SISTEMA UNA EQUAZIONE E' IMPOSSIBILE IL SISTEMA NON HA SOLUZIONI, QUINDI E' IMPOSSIBILE