

Domande per l'interrogazione sul piano cartesiano e retta.

1. Scrivi la formula per calcolare la distanza tra due punti.

Risposta: conoscendo le coordinate di A e B: $A(x_A, y_A)$ $B(x_B, y_B)$ la distanza tra i due punti è data dalla formula:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

2. Quale teorema viene utilizzato per trovare la formula della distanza tra due punti?

Risposta: si applica il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo ABC: il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti.

Si osserva che il punto C ha per ascissa quella di A e per ordinata quella di B.

$$C = (x_C; y_C) = (x_A; y_B)$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$$

$$\overline{BC} = |x_C - x_B| = |x_A - x_B|$$

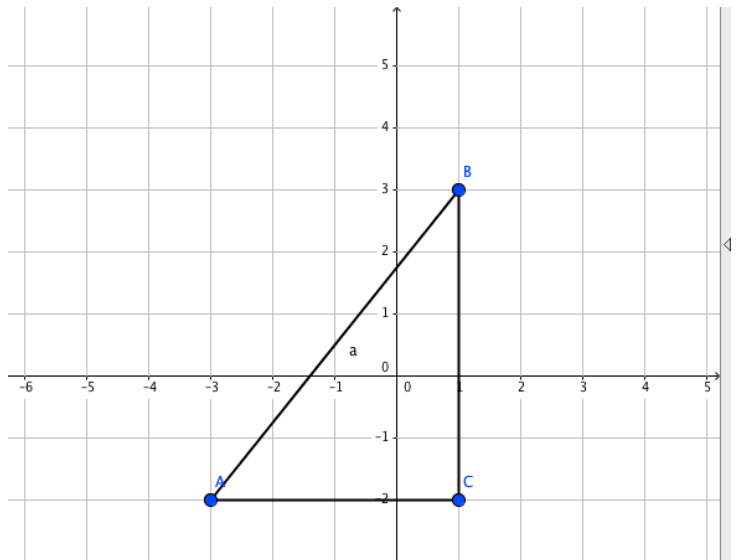
$$\overline{AC} = |y_C - y_A| = |y_B - y_A|$$

Estraendo la radice quadrata e ricordando che il quadrato di un valore assoluto è uguale al quadrato di un qualunque valore $|x|^2 = x^2$, si ottiene la formula

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

N.B. $(x_B - x_A)^2 = (x_A - x_B)^2$



3. Calcola il perimetro del triangolo di vertici $A(-2; 5)$, $B(3,1)$, $C(1; -2)$

Risposta:

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3 - (-2))^2 + (1 - 5)^2} \\ &= \sqrt{5^2 + (-4)^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{BC} &= \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(1 - 3)^2 + (-2 - 1)^2} \\ &= \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(1 - (-2))^2 + (-2 - 5)^2} \\ &= \sqrt{(3)^2 + (-7)^2} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}\end{aligned}$$

$$2p = \sqrt{41} + \sqrt{13} + \sqrt{58}$$

4. Scrivi le coordinate del punto medio di un segmento.

Risposta:

Conoscendo le coordinate degli estremi del segmento $A(x_A; y_A)$ e $B(x_B; y_B)$, le coordinate del punto medio sono la semisomma (o media aritmetica) delle coordinate degli estremi del segmento AB.

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

5. Tutte le rette del piano hanno la forma:

a) $ax + by + c = 0$ V F ?

Vero. Per qualunque valore attribuito ad a, b, e c, purché a e b non nulli contemporaneamente, si ottiene un'equazione che sul piano cartesiano ha come diagramma (grafico) una retta.

b) $y = mx + q$ V F ?

Falso. In questa forma mancano le rette verticali per le quali non è definito il coefficiente angolare m , che in questo caso è infinito.

6. Qual è il significato geometrico del coefficiente angolare di una retta?

Risposta: il coefficiente angolare di una retta rappresenta la pendenza della retta ed è il rapporto fra la variazione delle ordinate rispetto alla variazione ascisse: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Se conosciamo le coordinate di due punti per i quali passa la retta possiamo individuare il coefficiente angolare facendo il rapporto tra la differenza delle ordinate e la differenza delle ascisse secondo la formula:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Significato geometrico del coefficiente angolare:

<http://www.danilo.saccoccioni.name/mat/coeffangol.pdf>

7. Qual è il coefficiente angolare di una retta parallela all'asse delle x?

Risposta: il coefficiente angolare di una *retta parallela all'asse delle x (ascisse) (ossia una retta orizzontale, una funzione costante)* è uguale a zero.

8. Qual è il coefficiente angolare di una retta parallela all'asse delle y?

Risposta: Il coefficiente angolare di una *retta parallela all'asse delle y (ordinate) (ossia una retta verticale)* non esiste, è uguale a infinito.

9. Scrivi le equazioni delle rette parallele agli assi passanti per P(-4; 5)

Risposta: $x = -4$ (retta verticale) $y = 5$ (retta orizzontale)

10. Le seguenti equazioni sono equazioni di rette:

$$xy - 16 = 0 \quad y - 3x = 0 \quad x + 3y = 4 \quad x^2 - y + 1 = 0 \quad x^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad 5 - y = 0 \quad x = 4y \quad 4x = y \quad y - 1 = x^2 + 4$$

Risposta: in generale sono equazioni di rette le relazioni in cui la x e/o la y compaiono al primo grado:

$$y - 3x = 0 \quad x + 3y = 4 \quad x - 3 = 0 \quad 5 - y = 0 \quad x = 4y \quad 4x = y$$

11. Scrivi l'equazione di una retta parallela all'asse delle ascisse (asse x) e l'equazione di una retta parallela all'asse delle ordinate (asse y).

Risposta:

$y = -5$ equazione di una retta parallela all'asse delle x , *manca del termine x .*

$x - 4 = 0$: equazione di una retta parallela all'asse delle y , *manca del termine y .*

12. Data la retta di equazione $r: y = -\frac{1}{2}x + \frac{4}{5}$ quali dei seguenti punti appartengono alla retta? $O(0;0)$ $P(1; 1)$ $Q(0; -\frac{4}{5})$ $R(2; -\frac{1}{5})$

Risposta:

Si sostituiscono le coordinate dei punti al posto della x e della y nell'equazione r :

$$O(0;0) \quad 0 = -\frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{4}{5} \text{ da cui } 0 = \frac{4}{5} \text{ falsa, quindi } O \text{ non appartiene a } r$$

$$P(1; 1) \quad 1 = -\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{4}{5} \text{ da cui } 1 = \frac{-5+8}{10} \text{ falsa, quindi } P \text{ non appartiene a } r;$$

$$Q(0; -\frac{4}{5}) \quad -\frac{4}{5} = -\frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{4}{5} \text{ da cui } -\frac{4}{5} = +\frac{4}{5} \text{ falsa, quindi } Q \text{ non appartiene a } r;$$

$$R(2; -\frac{1}{5}) \quad -\frac{1}{5} = -\frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{4}{5} \text{ da cui } -\frac{1}{5} = -1 + \frac{4}{5} \text{ vera, quindi } R \text{ appartiene a } r;$$

13. Trasforma in forma esplicita la retta di equazione $3x + 5y - 8 = 0$ e calcola m e q .

Risposta:

$$\text{Isoliamo la } y \text{ a sinistra dell'uguale: } \quad 5y = -3x + 8$$

$$\text{Dividiamo per 5 entrambi i membri: } \quad \frac{5y}{5} = \frac{-3x+8}{5}$$

$$\text{Semplificando si ottiene la forma esplicita: } \quad y = -\frac{3}{5}x + \frac{8}{5}$$

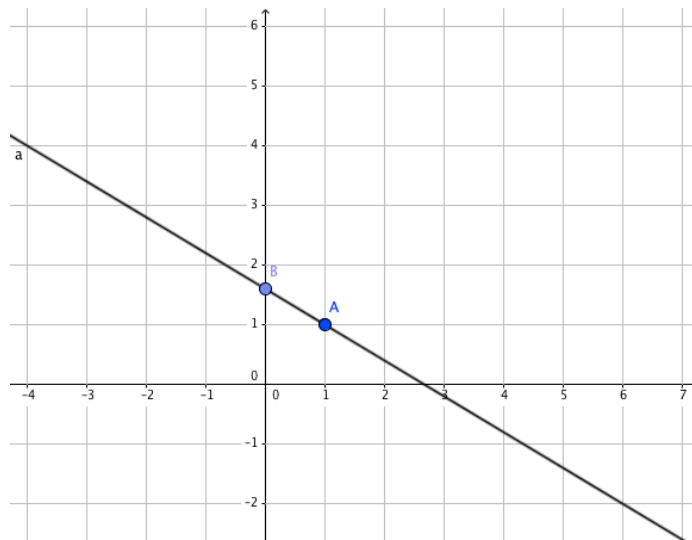
14. Traccia il grafico della retta $3x + 5y - 8 = 0$

Risposta:

Tabellina: la x è la **variabile indipendente** e la decidi tu.

Invece la y la calcoli usando l'equazione della retta, andando a sostituire al posto della x il valore scelto da te.

punto	x	y	Calcoli per individuare la y dalla funzione: $3x + 5y - 8 = 0$
B	0	$\frac{8}{5}$	Metto 0 al posto di x nella formula della retta $3 \cdot 0 + 5y - 8 = 0 \quad 5y = 8 \quad y = 8/5$
A	1	1	Metto 1 al posto di x nella formula della retta $3 \cdot 1 + 5y - 8 = 0 \quad 3 + 5y = 8 \quad 5y = 8 - 3$ $5y = 5 \quad y = 1$



15. Traccia il grafico delle rette, indicando il valore di m e di q :

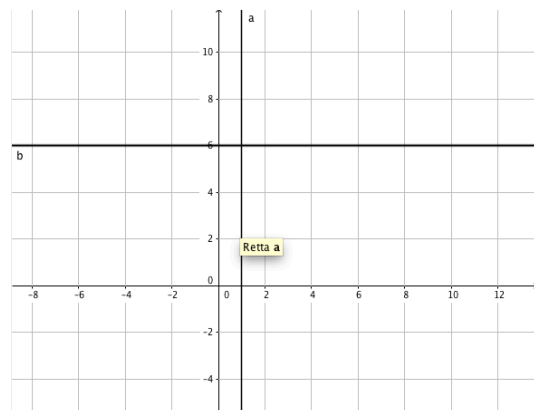
$$x - 1 = 0$$

$$y = 6$$

Risposta:

$$x = 1 \quad m \text{ non esiste} \quad q \text{ non esiste}$$

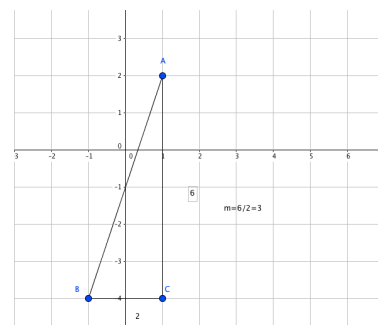
$$y = 6 \quad m = 0 \quad q = 6$$



16. Calcola il coefficiente angolare della retta passante per i punti A(1; 2) e B(-1; -4)

Risposta:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{(-4) - (2)}{(-1) - (1)} = \frac{-6}{-2} = 3$$



17. Scrivi l'equazione del **fascio di rette proprio** passante per un punto generico $P(x_1; y_1)$.

Risposta:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Per determinare l'equazione del fascio, parto dalla generica forma esplicita e poi la faccio passare dal punto P(x₁; y₁). Sottraendo membro a membro ottengo l'equazione del fascio:

$$\begin{aligned} y &= mx + q & - \\ y_1 &= mx_1 + q & = \end{aligned}$$

$$y - y_1 = mx + q - mx_1 - q$$

da cui $y - y_1 = mx - mx_1$
e quindi la formula $y - y_1 = m(x - x_1)$

Imponendo il passaggio per un altro punto Q(x₂; y₂), determino il valore di m.

$$y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$$

Dividendo per x₂ - x₁ si ottiene la formula già vista nel n.6

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

coefficiente angolare di una retta passante da due punti P e Q.

18. Scrivi l'equazione della retta AB dell'es. 15 in forma esplicita.

Risposta:

Primo metodo:

Si parte dalla forma esplicita: $y = mx + q$
Impongo il passaggio per A(1; 2): $2 = m \cdot 1 + q$ *
Impongo il passaggio per B(-1; -4): $-4 = m \cdot (-1) + q$ **

Sottraggo membro a membro: $2 - (-4) = m + q - [m \cdot (-1) + q]$
Otteniamo: $6 = m + q + m - q$
 $6 = 2m$
 $m = 3$

Il valore di m (coefficiente angolare) lo vado a mettere in una delle due relazioni sopra * o **, ad esempio $2 = m \cdot 1 + q$ e abbiamo: $2 = 3 \cdot 1 + q$ da cui: $q = -1$.

Quindi otteniamo l'equazione:

$$y = 3x - 1$$

Secondo metodo:

Sfrutto l'equazione del fascio proprio di rette:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Calcolo il valore del coefficiente angolare, esercizio n. 13 con la formula $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, $m = 3$:

Sostituisco al posto di x₁ e y₁ le coordinate di A(1,2) (oppure B è lo stesso) e ottengo: $y - 2 = 3(x - 1) \rightarrow y = 3x - 3 + 2 \rightarrow y = 3x - 1$

19. Scrivi l'equazione della retta passante per P(4; -3) e con coefficiente angolare $m=-1$.

Risposta:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Al posto di x_1 e y_1 sostituisco 4 e -3 rispettivamente. Al posto di m sostituisco -1. Si ottiene:

$$y - (-3) = (-1)(x - 4)$$

$$y + 3 = -x + 4$$

$$y = -x + 4 - 3$$

$$\mathbf{y = -x + 1}$$