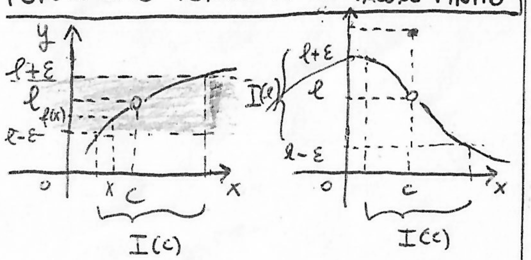
DEFINIZIONE DI LIMITE NEI 4 CASI

LIMITE FINITO DI UNA FUNZIONE PER X CHE TENDE A UN VALORE FINITO



Sia $y=f(x)$ una funzione definita in un intorno completo I del punto c, escluso al più il punto c.
Si dice che, per x tendente a c, la funzione $y=f(x)$ ha per limite l e si scrive:

$$\boxed{\lim_{x\to c} f(x) = l}$$

se, comunque si scelga un numero positivo ε, arbitrariamente piccolo, si può determinare, in corrispondenza di esso, un intorno completo di c, contenuto in I, tale che, per ogni x di tale intorno (escluso al più $x=c$), si abbia

$$|f(x)-l|<\varepsilon$$

In simboli:

$$\forall \varepsilon>0 \quad \exists I(c) \underset{\text{contenuto}}{\subset} I \underset{\text{tale che}}{:} \forall x\in I(c)-\{c\}$$

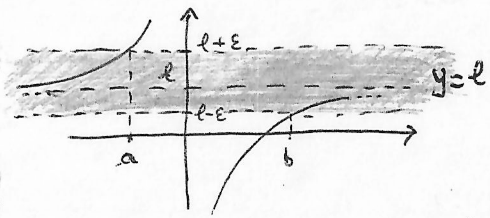
si ha $|f(x)-l|<\varepsilon$

ossia $-\varepsilon<f(x)-l<\varepsilon$ Es: $\varepsilon=\frac{1}{100}$

$$\boxed{l-\varepsilon<f(x)<l+\varepsilon} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)<l+\varepsilon \\ f(x)>l-\varepsilon \end{cases}$$

ossia il valore di $f(x)$ cade nell'intervallo $(l-\varepsilon;\, l+\varepsilon) = I(l)$ intorno di l

LIMITE FINITO DI UNA FUNZIONE PER X CHE TENDE ALL'INFINITO



Sia $y=f(x)$ una funzione definita in un intorno I di infinito.
Si dice che, per x tendente all'infinito, la funzione $y=f(x)$ ha per limite l e si scrive

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} f(x)=l}$$

se $\overset{\text{per ogni}}{\forall}\ \varepsilon>0$ (piccolo a piacere)

$\underset{\text{esiste}}{\exists}\ I(\infty) \underset{\text{contenuto}}{\subset} I \ \underset{\text{tale che}}{:}\ \forall x\in I(\infty)$

si abbia $|f(x)-l|<\varepsilon$

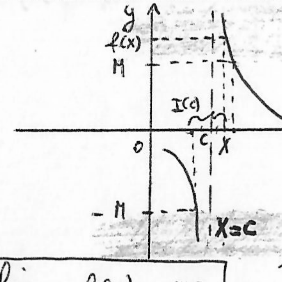
$$l-\varepsilon<f(x)<l+\varepsilon$$

Def di ASINTOTO ORIZZONTALE

Se $\lim_{x\to\infty} f(x)=l$ (finito), si dice che la retta $y=l$ è un asintoto orizzontale.

(Se $\lim_{x\to-\infty} f(x)=l_1 \neq \lim_{x\to+\infty} f(x)=l_2$ avremo un asintoto orizzontale sinistro $y=l_1$ e un asintoto orizzontale destro $y=l_2$)

LIMITE INFINITO DI UNA FUNZIONE PER X CHE TENDE A UN VALORE FINITO



$y=f(x)$ definita in I intorno di c

$$\boxed{\lim_{x\to c} f(x)=\infty}$$

$\forall M>0$ (grande a piacere) $\exists I(c) \overset{\text{contenuto in}}{\subset} I$ tale che $\forall x\in I(c)-\{c\}$ si abbia

$|f(x)|>M$ ossia

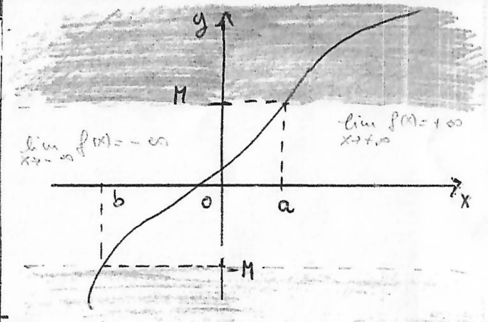
$f(x)<-M \ \vee\ f(x)>M$

Che cos'è un ASINTOTO?
È una retta a cui la funzione si avvicina sempre più senza toccarla mai.
Si parla di tangente all'infinito.
La distanza dei punti di $f(x)$ dalla retta può essere resa piccola a piacere.

Def di ASINTOTO VERTICALE

Se $\lim_{x\to c} f(x)=\infty$ si dice che la retta $\boxed{x=c}$ è un asintoto verticale

LIMITE INFINITO DI UNA FUNZIONE PER X CHE TENDE ALL'INFINITO



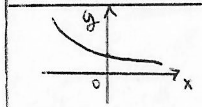
$$\boxed{\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty}$$

$y=f(x)$ def. in I intorno di ∞

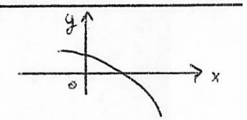
$\forall M>0$ (grande a piacere) $\exists I(\infty)\subset I$ tale che $\forall x\in I(\infty)$ si abbia

$|f(x)|>M$ ossia

$f(x)<-M \ \vee\ f(x)>M$



$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$
$\forall M>0$ $f(x)>M$ e trovo $I(-\infty)$



$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$
$\forall M>0$ $f(x)<-M$ e trovo $I(+\infty)$

DEFINIZIONE CON GLI INTORNI

$$\forall U_l \quad \exists V_{x_0} \ : \ \forall x\in V_{x_0} \quad f(x)\in U_l$$

U_l: intorno di l; V_{x_0}: intorno di x_0; ":" tale che; con $x\neq x_0$