Compito in classe di **MATEMATICA**

Classe III^ A *Nome e Cognome:*………………………………….

Argomento trattato: Circonferenza e retta.

Nota bene: motivare tutte le risposte, eseguendo i calcoli su foglio protocollo da consegnare allegato alla presente – NELLA VERIFICA NON CI SARANNO I SUGGERIMENTI

1) [20] Qual' è l'equazione della circonferenza passante per i punti A(0, -4), B(-2; 0) e D(6; 0)?

[] $x^2+y^2+4x-6y-12=0$ [] $x^2+y^2-4x+y-12=0$

[] $x^2+y^2+4x+5y+4=0$ [] $x^2+y^2+4x+5y=0$

RICORDA: SOSTITUISCI ALLE X e ALLE Y LE COORDINATE DEI PUNTI e VERIFICA LE UGUAGLIANZE

2) [10] L'equazione $x^2+y^2+2x-4y+3=0$

[] rappresenta una circonferenza di raggio $\sqrt{2}$

[] rappresenta una circonferenza di centro $C(-1;-2)$

[] rappresenta una circonferenza di centro $C(1;2)$

[] non rappresenta una circonferenza

3) [10] Determinare centro e raggio delle seguenti circonferenze.

a) $x^2+y^2-8x+8y+16=0$ *b)* $(x-3)^2+(y-1)^2=9$

4) [20] Determinare quale retta del fascio $y=x+k$ è tangente alla circonferenza $x^2+y^2-4y+3=0$. (N.B. RISOLVI IL SISTEMA RETTA-CIRCONF. E PONI $\Delta=0$ OPPURE IMPONI CHE LA DISTANZA ~~DELL'ALTRO~~ CENTRO DALLA RETTA SIA UGUALE AL RAGGIO)

5) [20] Stabilire se la retta $r: x-2y-1=0$ è secante, tangente o esterna rispetto alla circonferenza $\gamma: x^2+y^2-4x=0$ - (N.B. DET. CENTRO E RAGGIO E CALCOLA LA DISTANZA DELLA RETTA DAL CENTRO)

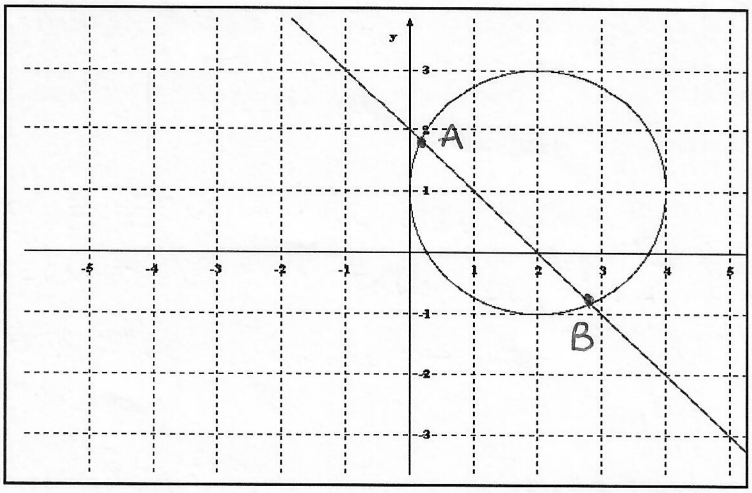
6) [10] La figura rappresenta il sistema:

[] $\begin{cases} y=x+2 \\ x^2+y^2-4x-2y+1=0 \end{cases}$

[] $\begin{cases} y=-x+2 \\ x^2+y^2-4x-2y-1=0 \end{cases}$

[] $\begin{cases} y=-x+2 \\ x^2+y^2-4x-2y+1=0 \end{cases}$

[] $\begin{cases} y=-x+2 \\ x^2+y^2+4x-2y+1=0 \end{cases}$



7) [10] Grafico che rappresenta **uno** tra gli esercizi: **1) 2) 4) 5)**

8) DETERMINA I PUNTI DI INTERSEZIONE TRA LA CIRCONFERENZA E LA PARABOLA DELL' ES. n° 6

COMPITO IN CLASSE
SOLUZIONE

1) $\boxed{x^2+y^2-4x+y-12=0}$ SOSTITUISCO A x e y le COORDINATE DEI PUNTI E TROVO SE L'UGUAGLIANZA E' VERIFICATA

$A(0;-4)$: $0+16-4\cdot0-4-12=0$

$12-12=0$ VERO

PASSA PER A

$B(-2;0)$: $4+0+8+0-12=0$

$12-12=0$ VERO PASSA PER B

$(6;0)$: $36+0-24+0-12=0$ PASSA PER D

$12-12=0$ VERO

2) $x^2+y^2+\underbrace{2}_{a}x\underbrace{-4}_{b}y\underbrace{+3}_{c}=0$ $\quad C\left(-\frac{a}{2};-\frac{b}{2}\right)$ $\quad r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}$

se $a^2+b^2-4c \geq 0 \Rightarrow$ RAPPRESENTA UNA CIRCONFERENZA ANCHE DEGENERE $(r=0)$ → $4+16-12\geq0$ VERO

⇒ E' UNA CIRCONFERENZA

$C(-1;2)$ $\quad r=\frac{1}{2}\sqrt{4+16-12}=\frac{1}{2}\sqrt{8}=\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}\sqrt{2}=\sqrt{2}$

$8=2^3$

PORTO FUORI 2 e UN 2 RESTA SOTTO RADICE

LA 1ª RISPOSTA E' ESATTA.

3) DETERMINARE CENTRO E RAGGIO

$x^2+y^2-8x+8y+16=0$ $\quad \boxed{a^2+b^2-4c}\geq0$ $\quad 64+\cancel{64}-\cancel{64}\geq0$ VERO ⇒ E' UNA CIRCONFER.

$C(4,-4)$ $\quad r=\frac{1}{2}\sqrt{64}=\frac{1}{2}\cdot8=4$ RAGGIO $r=4$

$(x-\underset{x_c}{3})^2+(y-\underset{y_c}{1})^2=\underset{r^2}{9}$ $\quad$ N.B. $(x-x_c)^2+(y-y_c)^2=r^2$

COORDINATE DEL CENTRO $\quad$ RAGGIO

$\Rightarrow C(3,1)$ $\quad r=\sqrt{9}=3$

4) $y=x+k$ è una famiglia di rette (FASCIO DI RETTE IMPROPRIO) TUTTE CON LA STESSA DIREZIONE ⇒ PARALLELE TRA LORO TUTTE CON LO STESSO COEFF. ANG. $m=1$

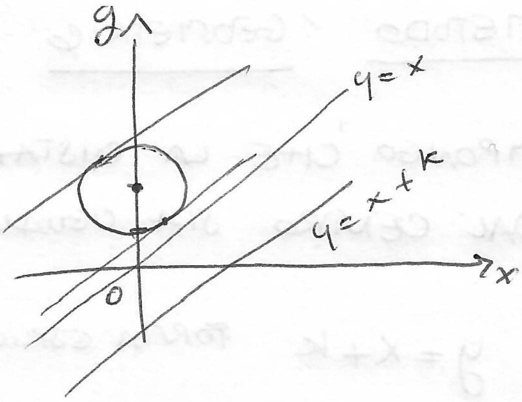
$m=1$ $\quad$ k variabile

$x^2+y^2-4y+3=0$

DEVO DETERMINARE k AFFINCHE' LA RETTA SIA TANGENTE

$$x^2+y^2-4y+3=0 \qquad C=\left(-\frac{a}{2};-\frac{b}{2}\right)$$

$$r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}$$



$$\boxed{C(0,2)}$$

$$r=\frac{1}{2}\sqrt{0+16-12}=\frac{1}{2}\sqrt{4}=\frac{1}{2}\cdot 2=1$$

$$\boxed{r=1}$$

1° METODO : ALGEBRICO

PER TROVARE LA/E RETTA/E TANGENTE/I RISOLVO IL SISTEMA TRA LA RETTA E LA CIRCONFERENZA e PONGO IL Δ DELL'EQUAZIONE RISOLVENTE UGUALE A 0.

$$\begin{cases} x^2+y^2-4y+3=0 \\ y=x+k \end{cases}$$

DALLA FIGURA MI ASPETTO DI TROVARE DUE VALORI DI K $\Rightarrow$ 2 RETTE TANGENTI

$$x^2+(x+k)^2-4(x+k)+3=0$$

$$x^2+x^2+2kx+k^2-4x-4k+3=0$$

$$\underbrace{2}_{a}x^2+x\underbrace{(2k-4)}_{b}+\underbrace{k^2-4k+3}_{c}=0$$

$$\Delta=0 \qquad b^2-4ac=0$$

$$(2k-4)^2-4\cdot 2\cdot(k^2-4k+3)=0$$

$$4k^2-16k+16-8k^2+32k-24=0$$

$$-4k^2+16k-8=0$$ DIVIDO AMBO I MEMBRI PER -4 (2° PRINCIPIO DI EQUIVALENZA)

$$k^2-4k+2=0$$

$$k_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{16-8}}{2}=\frac{4\pm2\sqrt{2}}{2}=\frac{\cancel{2}(2\pm\sqrt{2})}{\cancel{2}}$$

$$\sqrt{8}=\sqrt{2^3}$$

$$\boxed{y=x+2+\sqrt{2}} \qquad \boxed{y=x+2-\sqrt{2}}$$

EQUAZIONI DELLE RETTE TANGENTI

2° METODO: GEOMETRICO DA PREFERIRE PERCHÉ CON MENO CALCOLI

IMPONGO CHE LA DISTANZA DELLA RETTA DAL CENTRO SIA UGUALE AL RAGGIO

$y = x + k$ FORMA ESPLICITA ($y = \overset{\text{COEFF. ANG.}}{m}x + q$) ORDINATA ALL'ORIGINE

$C(\overset{x_c}{0}, \overset{y_c}{2})$

$\underbrace{1}_{a=1}x \underbrace{-}_{b=-1}y \underbrace{+k}_{c=k} = 0$ FORMA IMPLICITA $ax + by + c = 0$

$a = 1$

$b = -1$

$c = k$

$r = 1$

$$d = \frac{|ax_c + by_c + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = r$$

$$\frac{|1 \cdot 0 + (-1) \cdot 2 + k|}{\sqrt{1 + (-1)^2}} = 1$$

$$\frac{|0 - 2 + k|}{\sqrt{2}} = 1 \qquad |-2 + k| = \sqrt{2}$$

PER ELIMINARE LA RADICE E IL VALORE ASSOLUTO, POICHÉ SONO SICURAMENTE POSITIVI, POSSIAMO ELEVARE TRANQUILLAMENTE AMBO I MEMBRI A QUADRATO. (N.B. $|x|^2 = x^2$)

$$(-2 + k)^2 = 2 \qquad 4 - 4k + k^2 - 2 = 0$$

$$k^2 - 4k + 2 = 0$$

$$k_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{\cancel{2}(2 \pm \sqrt{2})}{\cancel{2}} = 2 \pm \sqrt{2}$$

$\boxed{y = x + 2 + \sqrt{2}}$ $\boxed{y = x + 2 - \sqrt{2}}$

⑤ $r: x-2y-1=0$

$\gamma: x^2+y^2-4x=0$

POSIZIONE RECIPROCA

SECANTE? $\overline{CP}<r$

TANGENTE? $\overline{CP}=r$

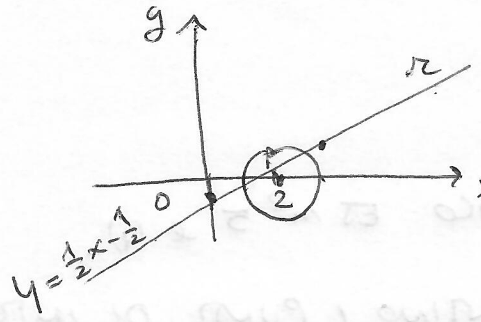
ESTERNA? $\overline{CP}>r$

$\boxed{C(2,0)}$

$r=\frac{1}{2}\sqrt{4+0-4\cdot 0}=\frac{1}{2}\cdot 2=1$

$\boxed{R=1}$

GRAFICO



$r= -2y=-x+1$

$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

x	y
0	$-\frac{1}{2}$
3	1

DISTANZA PUNTO RETTA

$x-2y-1=0$

$a=1$ $b=-2$ $c=-1$

$C(2;0)$ x_c y_c

$$\overline{CP}=\frac{|ax_c+by_c+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\overline{CP}=\frac{|1\cdot 2+(-2)(0)-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=$$

$$=\frac{|2-1|}{\sqrt{1+4}}=\frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$\boxed{\overline{CP}<r}$

$\frac{\sqrt{5}}{5}<1$ infatti elevo entrambi i membri a quadrato (sono positivi)

$\frac{5}{25}<1$

$\frac{1}{5}<1$ VERO

$\Rightarrow$ RETTA SECANTE

6 $\begin{cases} y = -x+2 \\ x^2+y^2-4x-2y+1=0 \end{cases}$ 3^a risposte

$C\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}\right) = (2; 1)$ $r = \frac{1}{2}\sqrt{16\cancel{+4-4\cdot 1}} = \frac{1}{2}\cdot 4 = 2$

$r = 2$

7 GRAFICO ES n° 5 e 4)

DETERMINO I PUNTI DI INTERSEZIONE DELL' ES. n° 6

8 $\begin{cases} y = -x+2 \\ x^2+y^2-4x-2y+1=0 \end{cases}$

RISOLVO IL SISTEMA PER TROVARE GLI EVENTUALI PUNTI DI INTERSEZIONE

$x^2+(-x+2)^2-4x-2(-x+2)+1=0$

$x^2+x^2-4x\cancel{+4}-4x+2x\cancel{-4}+1=0$

(se $\Delta>0$ 2 PUNTI RETTA SECANTE

$2x^2-6x+1=0$

SE $\Delta=0$ 1 PUNTO (2 COINCIDENTI) RETTA TANGENTE

$x_{1,2} = \frac{6\pm\sqrt{36-8}}{4} = \frac{6\pm\sqrt{28}}{4} =$

SE $\Delta<0$ NESSUN PUNTO RETTA ESTERNA)

$= \frac{6\pm 2\sqrt{7}}{4} = \frac{\cancel{2}(3\pm\sqrt{7})}{\cancel{4}_2} = 3\pm\sqrt{7}$

$\begin{cases} y = -(3+\sqrt{7})+2 = -3-\sqrt{7}-2 = -5-\sqrt{7} \\ x = 3+\sqrt{7} \end{cases}$ $B(3+\sqrt{7}; -5-\sqrt{7})$

$\begin{cases} y - (3-\sqrt{7})+2 = -3+\sqrt{7}+2 = -1+\sqrt{7} \\ x = 3-\sqrt{7} \end{cases}$ $A(3-\sqrt{7}; -1+\sqrt{7})$

PUNTI DI INTERSEZIONE