

EQUAZIONI FRATTE

$$\frac{x-1}{x^2-4x} = \frac{2}{x}$$

UNA EQUAZIONE SI DICE FRATTA O FRAZIONARIA SE AL DENOMINATORE (SOTTO) COMPARE L'INCIGNITA x ALMENO 1 VOLTA.

PER RISOLVERLA DOBBIAMO RICONDURCI A UNA EQUAZIONE INTERA DEL TIPO $ax = b$

① SCOMPONIAMO IN FATTORI I DENOMINATORI

$$x^2-4x = x(x-4) \quad \text{RACCOLGIMENTO TOTALE; } x \text{ è GIÀ SCOPPOSTO (IRRIDUCIBILE)}$$

② DETERMINO IL m.c.m. (FATTORI COMUNI E NON, PRESI 1 SOLTA VOLTA CON IL MAX ESPONENTE)

$$\text{m.c.m.} = x(x-4)$$

③ DETERMINO IL C.E. (CONDIZIONI DI ESISTENZA) (il m.c.m. $\neq 0$) UNA FRAZIONE CON IL DENOMINATORE 0 È PRIVA DI SIGNIFICATO (IMPOSSIBILE)

OGNI FATTORE DEL m.c.m. LO PONIAMO $\neq 0$

$$x(x-4) \neq 0 \rightarrow \begin{cases} 1^\circ x \neq 0 \\ 2^\circ x-4 \neq 0 \rightarrow x \neq 4 \end{cases}$$

↑ 1° FATTORE ↑ 2° FATTORE

(Prove a vedere cosa accade all'equazione di partenza se al posto di x sostituisce 0 oppure 4) - N.B. $\frac{1}{x}$ NON È DEFINITA QUANDO $x=0$

④ RISCRIVO L'EQUAZIONE METTENDO IL m.c.m. al DENOMINATORE E CALCOLANDO I NUOVI NUMERATORI:

$$\frac{x-1}{x(x-4)} = \frac{2(x-4)}{x(x-4)}$$

N.B. il 1° NUMERATORE RESTA LO STESSO PERCHÉ $x(x-4) : (x^2-4x) = 1$
 x^2-4x
 il 2° NUMERATORE (2); POICHÉ $x(x-4) : x = x-4$
 2 VA MOLTIPLICATO PER $x-4$

⑤ MOLTIPLICO AMBO I MEMBRI PER $x(x-4)$ DATO CHE AVENDO POSTO LE C.E. RISULTA DIVERSO DA 0 E APPLICO QUINDI CORRETTAMENTE IL 2° PRINCIPIO DI EQUIVALENZA DELLE EQUAZIONI.

$$x(x-4) \frac{x-1}{x(x-4)} = \frac{2x-8}{x(x-4)} \cdot x(x-4) \rightarrow \text{ORA } x-1 = 2x-8$$

È UNA EQUAZIONE INTERA

⑥ CALCOLO E RISOLVO RISPETTO A x $x-2x = -8+1$ 1° PRINCIPIO

$$-x = -7 \xrightarrow[PRIM.]{2^\circ} \boxed{x=7}$$

⑦ CONFRONTO $x=7$ CON IL C.E., POICHÉ NON VA ESCLUSO ALLORA LA SOLUZIONE È $x=7$ ACCETTABILE $S = \{7\}$

ESERCIZI SVOLTI SULLE EQUAZIONI FRATTE

① $2 - \frac{1}{x} = 0 \rightarrow \frac{2x-1}{x} = 0$ C.E. $x \neq 0$

$x \cdot \frac{2x-1}{x} = 0 \cdot x$ 2° PRINCIPIO DELLE EQ $2x-1=0$ $x = \frac{1}{2}$ ACCETTABILE (CONFRONTO CON IL C.E.)

② $\frac{3}{x-1} = 1 \rightarrow \frac{3}{x-1} = \frac{1 \cdot (x-1)}{x-1}$ C.E. $x-1 \neq 0$

Relazione per $(x-1)$ $\frac{3}{x-1} \rightarrow \frac{x-1}{x-1} \cdot (x-1) \rightarrow 3 = x-1$

ABBO INEBRI $\rightarrow -x = -1-3 \rightarrow -x = -4 \rightarrow x = 4$ ACCETTABILE (CONFRONTO CON IL C.E.)

③ $\frac{3}{x+7} = 0 \rightarrow$ C.E. $x+7 \neq 0$ $x \neq -7$

$(x+7) \frac{3}{x+7} = 0 \cdot (x+7)$ 2° PRINCIPIO $\rightarrow 3 = 0$ IMPOSSIBILE

④ $\frac{x-1}{x^2+2x-3} = 0$

TRINOMIO PARTICOLARE $x^2+2x-3 = (x+3)(x-1)$

$p = \text{PRODOTTO} = -3$
 $s = \text{SOMMA} = 2$
 $p = (+3)(-1) = -3$
 $s = (+3) + (-1) = +2$

C.E. $(x+3)(x-1) \neq 0$
 da cui $x+3 \neq 0 \rightarrow x \neq -3$
 $x-1 \neq 0 \rightarrow x \neq 1$

POSSO SEMPLIFICARE PERCHÉ HO FATTO IL C.E. E RISCRIVO APPLICANDO IL 2° PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

$(x+3) \frac{1}{x+3} = 0 \cdot (x+3) \rightarrow 1 = 0$ IMPOSSIBILE

$$\textcircled{5} \quad \frac{x}{x^2-9} - \frac{1}{2x+6} = \frac{2}{9-3x}$$

D.S. $(x-3)(x+3)$ $2(x+3)$ $3(3-x)$ R.T.

SCOMPONGO IN
FATTORI I DENOMINATORI

$$(3-x) = -(-3+x) = -(x-3)$$

\uparrow METTO IN EVIDENZA UN SEGNO - E CAMBIO I SEGNI IN PARENTESI
 \uparrow PROP. COMMUTATIVA DELLA SOMMA

$$\frac{x}{(x-3)(x+3)} - \frac{1}{2(x+3)} = -\frac{2}{3(x-3)}$$

$\leftarrow 3(3-x) = -3(x-3)$

ORA CALCOLO m.c.m. = $2 \cdot 3 \cdot (x-3)(x+3)$

il SEGNO - POI L'HO
MESSO ACCANTO ALLA
LINEA, FRAZIONE

$$\frac{6x - 3(x-3)}{6(x-3)(x+3)} = \frac{-2 \cdot 2(x+3)}{6(x-3)(x+3)}$$

C.E. $x-3 \neq 0 \rightarrow x \neq 3$
 $x+3 \neq 0 \rightarrow x \neq -3$

6 è sempre $\neq 0$

$$\frac{6x - 3x + 9}{6(x-3)(x+3)} = \frac{-4(x+3)}{6(x-3)(x+3)}$$

2° PRINCIPIO DI EQUIV.

$$3x + 9 = -4x - 12$$

$$3x + 4x = -12 - 9$$

1° PRINCIPIO

$$\frac{7x}{7} = \frac{-21}{7}$$

2° PRINCIPIO

NON
ACCETTABILE

$$x = -3$$

CONFRONTO CON IL C.E.,
E QUINDI L'EQUAZIONE
E' IMPOSSIBILE

$$S' = \emptyset$$

6

$$\frac{1}{x^2-4x+4} + \frac{x}{x^2+x-6} = \frac{1}{x+3}$$



SCOMPONIAMO I DENOMINATORI:

$$x^2-4x+4 = (x-2)^2 \quad \text{QUADRATO DI BINOMIO = Q.B.}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ (x)^2 \quad (-2)^2 \\ \downarrow \\ 2 \cdot (-2) \cdot (x) \end{array}$$

$$x^2+x-6 = (x+3)(x-2)$$

$\uparrow \quad \searrow$
 $s=+1 \quad p=-6$

Devo trovare 2 numeri il cui prodotto sia -6 e la somma +1

TRUCCO: SCRIVO I DIVISORI DEL TERMINO NOTO -6

- ±1
- ±2
- ±3
- ±6

E PRENDO LE COPPIE IN MODO CHE IL PRODOTTO SIA -6 e SOMMA +1

$$s = (+3) + (-2) = +1$$

$$p = (+3)(-2) = -6$$

$$\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{x}{(x+3)(x-2)} = \frac{1}{x+3}$$

$$m.c.m. = (x-2)^2(x+3)$$

$$s = +3 + (-2) = +1$$

$$p = (+3)(-2) = -6$$

$$\frac{(x+3) + x(x-2)}{(x-2)^2(x+3)} = \frac{(x-2)^2}{(x-2)^2(x+3)}$$

C.E. (CONDIZIONI DI ESISTENZA)
 $\rightarrow m.c.m. = (x-2)^2(x+3) \neq 0$

$$(x-2)^2 \neq 0 \rightarrow x-2 \neq 0$$

$$\rightarrow \boxed{x \neq 2}$$

$$(x+3) \neq 0 \rightarrow \boxed{x \neq -3}$$

Moltiplico ambo i membri per $(x-2)^2(x+3)$ (2° PRINCIPIO)

$$\frac{x+3 + x^2 - 2x}{(x-2)^2(x+3)} = \frac{x^2 - 4x + 4}{(x-2)^2(x+3)}$$

$$x^2 - x + 3 = x^2 - 4x + 4$$

$$-x + 4x = 4 - 3$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{3}}$$

Confronto con il C.E. e ACCETTO LA SOLUZIONE

$$S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

