ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE "G. Galilei" - Viareggio (Lu)
Esercizi per il recupero del primo periodo e per il consolidamento per coloro che non devono recuperare

COGNOME e NOME _______________________________________ DATA 6-03-2020 CLASSE 4 AT

NON E' CONSENTITO L'USO DELLA CALCOLATRICE, A MENO CHE NON SIA ESPLICITATO NELLA CONSEGNA

LOGARITMI

1) Traccia il grafico delle funzioni $y = \log_2 x$ e $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. Descrivi alcune loro caratteristiche: dominio, codominio, segno (per quali valori di x sono positive/negative), zeri, intervalli di x in cui sono crescenti/decrescenti, iniettività, suriettività, invertibilità).

2) Utilizzando le proprietà dei logaritmi, scrivi sotto forma di un unico logaritmo:

$$\log 5 - \log \sqrt{5} + \frac{1}{4}\log 25 - \frac{3}{2}\log \sqrt[3]{5}$$

3) Utilizzando le proprietà dei logaritmi verifica la seguente uguaglianza indicando quale proprietà dei logaritmi hai utilizzato ad ogni passaggio: $\log_9 \frac{3\sqrt{27}}{\sqrt[3]{81}} = \frac{7}{12}$

4) Stabilisci se sono uguali i <u>domini</u> delle seguenti funzioni motivando adeguatamente la risposta:

A) $y = \ln(x^2 - 4) + \ln(x - 1)$ B) $y = \ln\,[(x^2 - 4)(x - 1)]$

C) $y = \ln \frac{x^2-4}{x-1}$

5) Risolvi le seguenti equazioni e disequazioni:

A) $\log_2(x^2 + x) = 1$ B) $\log_2(x - 9) - \log_2(x - 6) = 2$

C) $1 - \log x \geq 0$ D) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{3-x}{1+x^2} < -1$

GONIOMETRIA

6) Trova, in modo esatto, il valore del seno e del coseno per i seguenti angoli dopo averli rappresentati su una circonferenza goniometrica (puoi utilizzare la stessa circonferenza per rappresentare 2 angoli):

$$135° \qquad -\frac{2}{3}\pi\,; \qquad 675°; \qquad \frac{9}{4}\pi\,; \qquad 3\pi$$

7) <u>Utilizzando la circonferenza goniometrica</u> (obbligatorio fare il grafico per rappresentare l'angolo generico α e trovare il valore del seno e cose degli ARCHI ASSOCIATI tramite il confronto dei triangoli come fatto in classe) verifica le seguenti identità:
(N.B. un'identità è l'uguaglianza di due espressioni, contenenti una o più variabili, che sono soddisfatte per qualunque valore attribuito alle variabili. Per verificare l'uguaglianza non occorre spostare i termini da sinistra a destra, ma trasformare l'espressione a sinistra, quella a destra e verificare che siano uguali):

$$\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+\cos(-\alpha)\right]^2+4\sin^2(\pi-\alpha)=4$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)-\sin(-\alpha)+\cos^2(\pi-\alpha)+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=1$$

8) Tenendo conto della periodicità delle funzioni seno e coseno, individua tutte le soluzioni di ciascuna delle seguenti equazioni. FAI IL DISEGNO DELLA CIRCONFERENZA GONIOMETRICA (OBBLIGATORIO). Razionalizza sempre i risultati.

$$\sin x=0 \qquad \cos x=0 \qquad \cos x=-1 \qquad 2\sin x=-\sqrt{2} \qquad 2\cos x+\sqrt{3}=0$$
$$\sqrt{3}\tan x=3 \qquad -\tan x=3(1-\tan x)-5$$

9) Utilizzando la circonferenza goniometrica determina quali sono gli angoli per cui vale

$$\sin x>\frac{1}{2} \qquad \cos x+3<2(1+\cos x) \qquad \sqrt{3}\tan x\geq 3$$

10) Utilizzando le formule di addizione e/o sottrazione[1] semplifica la seguente espressione:

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)}$$

[1] Formule di addizione e sottrazione:
$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta\pm\cos\alpha\cdot\sin\beta \qquad \cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta\mp\sin\alpha\cdot\sin\beta$

11) Sapendo che $\tan\alpha=\frac{5}{2}$ e $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ calcola in modo esatto (senza la calcolatrice) il valore di $\sin\alpha$ e $\cos\alpha$. Fai il disegno preciso dell'angolo. (Non utilizzare le formule, ma imposta il sistema con le due relazioni fondamentali tan x=sinx/cosx e sin^2x+cos^2x=1, come abbiamo fatto in classe).

12) Traccia il grafico della funzione **seno** utilizzando i valori degli angoli noti. Spiega perché la funzione seno non è invertibile in tutto il dominio e quale restrizione possiamo fare per renderla invertibile.