

# METODO DI COMPLETAMENTO DEL QUADRATO NELLA RISOLUZIONE DI EQUAZIONI DEL TIPO $ax^2 + bx + c = 0$

CONSIDERIAMO L'EQUAZIONE

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{FORMA STANDARD}$$

$$ax^2 + bx = -c \quad \text{PORTO A DESTRA IL TERMINE NOTO}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \quad \text{DIVIDO TUTTO PER } a$$

$\frac{b}{a}x$  RAPPRESENTA IL DOPIO PRODOTTO  $\Rightarrow \boxed{\frac{b}{2a}}$  SARA' IL 2° TERMINE

PROCEDIAMO AL COMPLETAMENTO DEL QUADRATO SI HA:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \quad \text{CIBÈ}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2} \rightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

e quindi

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

FORMULA  
RISOLUTIVA  
DELL'EQUAZIONE DI 2°  
GRADO

ESEMPIO 1: APPLICHIAMO IL METODO DI COMPLETAMENTO  
DEL QUADRATO PER RISOLVERE L'EQUAZIONE

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

PORTO  
A DESTRA  $\boxed{-2}$  (TERMINE  
NOTO)

ISOLO IL TERMINE NOTO

$$2x^2 - 3x = 2$$

DIVIDO PER  $a=2$

$$x^2 - \frac{3}{2}x = 1$$

$$b = \frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{b}{2} = \frac{3}{4}}$$

2° TERMINE

$$x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 1 + \frac{9}{16}$$

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{16+9}{16}$$

DIVIDO PER IL 1° COEFF  $a=2$

$b = \frac{3}{2}$  E' IL DOPIO PRODOTTO

AGGIUNGO  $\left(\frac{b}{2}\right)^2$

AD  
ENTRABI I MEMBRI

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$x - \frac{3}{4} = \pm \sqrt{\frac{25}{16}}$$

$$x - \frac{3}{4} = \pm \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{3}{4} \pm \frac{5}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} = \begin{cases} + & x_1 = \frac{3+5}{4} = \frac{8}{4} = 2 \\ - & x_2 = \frac{3-5}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$S = \left\{ 2; -\frac{1}{2} \right\}$$

ESEMPIO 2:

$$3x^2 - 11x - 4 = 0$$

$$3x^2 - 11x = 4$$

$$x^2 - \frac{11}{3}x = \frac{4}{3}$$

↑  
DEVO SCOPRIRE IL 2° TERMINE

$$\boxed{\frac{b}{2} = -\frac{11}{6}}$$

$$x^2 - \frac{11}{3}x + \frac{121}{36} = \frac{4}{3} + \frac{121}{36}$$

$$\uparrow \\ \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 = \frac{48 + 121}{36}$$

$$x - \frac{11}{6} = \pm \sqrt{\frac{169}{36}}$$

$$x = \frac{11}{6} \pm \frac{13}{6} = \frac{11 \pm 13}{6} = \begin{cases} + & x_1 = \frac{11+13}{6} = 4 \\ - & x_2 = \frac{11-13}{6} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$S = \left\{ 4; -\frac{1}{3} \right\}$$