

MATEMATICA – CLASSE 2DT

Esercizi per il recupero di matematica per tutti

Riferendomi al libro di testo **1 Pensaci!** e **2 Pensaci!**:

riprodurre e studiare le **Mappe** in fondo ai capitoli alle pag.. 227, 263, 311, 345, 445 (parabola), 579, 623, 713, 748, 759, 801, 1059 (teorema di Pitagora)

Studiare tutti gli argomenti indicati nel programma e fare tutti gli esercizi **Prova tu** . Al termine di ogni argomento provare a risolvere gli esercizi “Sei pronto per la verifica?” di fine capitolo.

Rifare gli esercizi assegnati durante l’anno, riguardare anche i video sulla bacheca.

Inoltre sul sito **silviatomei.jimdo.com** potrete trovare materiale di sintesi e altre schede di lavoro nella sezione “DSA – Aiuto allo studio”

Il consiglio è quello di studiare e fare gli esercizi in quanto a settembre verrà effettuata la verifica sugli argomenti oggetto dei compiti delle vacanze, nonché della parte di programma svolta a distanza.

Gli esercizi di seguito sono una traccia, chi ha più bisogno dovrà approfondire.

N.B

a) annotare per ogni esercizio la pagina e il numero

b) gli esercizi per le vacanze saranno oggetto della prima verifica scritta di settembre

c) gli esercizi devono essere consegnati il primo giorno di scuola

INVALSI

Eeguire 7 prove INVALSI degli anni , [2017](#), [2016](#), [2015](#), [2014](#), [2013](#), [2012](#), [2011](#)

Le risposte le trovi sul sito

https://www.engheben.it/prof/materiali/INVALSI/seconda_superiore_matematica.htm

63 INVALSI 2016 Osserva questa uguaglianza:

$$3 + \frac{2}{5} + \frac{1}{1000} = m.$$

Quale fra i seguenti valori di m rende vera l'uguaglianza?

- a $m = 3,201.$
- b $m = 3,041.$
- c $m = 3,401.$
- d $m = 3,251.$

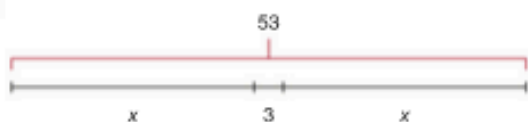
[INVALSI – scuola secondaria I grado]

64 È dato il sistema $\begin{cases} kx + 2y = 3k + 2 \\ x + 4y = 3 \end{cases}$.

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

- a. Se $k = 0$, il sistema è determinato. V F
- b. Se $k = \frac{1}{2}$, il sistema è indeterminato. V F
- c. Se $k = -\frac{1}{6}$, la soluzione è $(0; \frac{3}{4})$. V F
- d. Per qualunque valore di k , $x = 3$ non è mai soluzione. V F

65 **INVALSI 2016** Osserva lo schema.

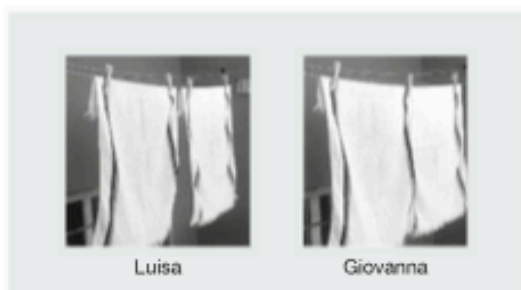


Quale delle seguenti equazioni può rappresentare lo schema?

- a) $3 \cdot 2x = 53$.
- b) $x + 3x = 53$.
- c) $2x + 3 = 53$.
- d) $3 + x^2 = 53$.

[INVALSI - scuola secondaria I grado]

66 **INVALSI 2016** Luisa e Giovanna utilizzano un numero diverso di mollette quando devono stendere più di un telo, come in figura.



Giovanna e Luisa stendono lo stesso numero di teli. Giovanna usa x mollette. Quale espressione permette di calcolare il numero di mollette che usa Luisa?

- a) $(x - 1) \cdot 2$.
- b) $2x - 1$.
- c) $x + 1$.
- d) $x : 2 + 1$.

[INVALSI - scuola secondaria I grado]

67 **INVALSI 2015** Un listello di legno di 60 cm è stato tagliato in pezzi di lunghezza y e pezzi di lunghezza $3y$ per costruire la cornice mostrata in figura.



Quale delle seguenti equazioni permette di calcolare la lunghezza y ?

- a) $12y = 60$.
- b) $12y = 60y$.
- c) $5y = 60$.
- d) $3y^3 = 60$.

[INVALSI - scuola secondaria I grado]

68 **INVALSI 2015** Un palo verticale è piantato in uno stagno. Un quinto del palo è interrato nel fondale, un sesto è immerso in acqua e la parte del palo che esce dall'acqua è lunga 8,9 metri.

a. Quale delle seguenti equazioni consente di determinare la lunghezza totale x del palo?

- a) $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + 8,9 = x$.
- b) $\frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x = x + 8,9$.
- c) $\frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x + x = 8,9$.
- d) $\frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x + 8,9 = x$.

b. Qual è la lunghezza totale x del palo?

Scrivi i calcoli che fai per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

.....

Risultato: m.

[INVALSI - scuola secondaria II grado]

69 Antonio lavora in un bar. Viene pagato 8 euro l'ora se fa servizio durante il pranzo e 11 euro se lavora per cena. Per ogni domenica lavorata riceve una mancia di 15 euro.

Questa domenica Antonio ha lavorato sia a pranzo che a cena e ha guadagnato 75 euro. Se a pranzo ha lavorato due ore, quante ore ha lavorato a cena?

Risposta: ore

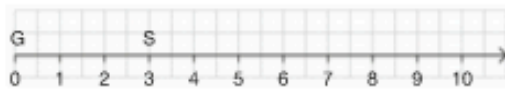
70 **INVALSI 2016** In un test con 28 domande si assegnano 5 punti per ogni risposta esatta, si tolgono 2 punti per ogni risposta errata e si assegna un punto per ogni risposta non data. Marco risponde a tutte le domande e ottiene in totale 0 punti.

Quante risposte *errate* ha dato?

Risposta:

[INVALSI - scuola secondaria II grado]

- 71** Giulia e Silvia camminano contemporaneamente lungo la linea dei numeri. Giulia (G) parte da 0 e procede verso destra di $\frac{1}{2}$ a ogni passo. Silvia (S) parte da 3 e procede verso destra di $\frac{1}{4}$ a ogni passo.



A quale numero corrisponde il punto in cui Giulia e Silvia si incontrano?

- a 2 b 3 c 6 d 8

- 72** Un cartolaio vende, in una settimana, metà dei diari che aveva in negozio; la settimana successiva vende la metà del rimanente. Alla fine delle due settimane gli sono rimasti 30 diari in negozio. Quanti ne aveva all'inizio?

- a 15 b 120 c 300 d 30

- 73** **INVALSI 2016** Di tre numeri reali a , b e c non si conosce il valore; si sa, però, che la loro posizione sulla retta numerica è la seguente:



Basandoti sulla figura, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	$-a > c$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	$\frac{1}{c} < b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	$\sqrt{-a} > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	$a + c < b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

[INVALSI - scuola secondaria II grado]

- 74** Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

- a. Se a e b sono due numeri reali tali che $0 < a < b < 1$, allora $ab < a^2$. V F
- b. Se a e b sono due numeri reali tali che $0 < a < b < 1$, allora $a^2 < b^2$. V F
- c. Se a e b sono due numeri reali tali che $0 < a < b < 1$, allora $a + b < a$. V F
- d. Se a e b sono due numeri reali tali che $0 < a < b < 1$, allora $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$. V F

- 75** **INVALSI 2015** Lorenza afferma:

«La disequazione $\frac{1}{2}x < x$ è soddisfatta per ogni numero reale x ».

Lorenza ha ragione?

Scegli la risposta corretta e completa la frase.

Lorenza ha ragione perché

Lorenza non ha ragione perché

[INVALSI - scuola secondaria II grado]

- 76** **INVALSI 2015** Nell'insieme dei numeri reali la disequazione $x^2 + 1 \geq 0$ è verificata:

- a solo per $x \geq 0$. c per ogni x .
 b solo per $x \geq -1$. d per nessun x .

[INVALSI - scuola secondaria II grado]

- 77** Ogni giorno Konrad, il cane di Elena, mangia 200 grammi di cibo per cani. Le confezioni che Elena compra al supermercato sono di 500 gr.



- a. Quante confezioni deve comprare se vuole che le bastino per una settimana?

Risultato: scatole

- b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

- 78** **INVALSI 2016** Per frequentare una piscina si deve acquistare una tessera da 10 € e pagare 7 € per ogni ingresso. Luigi può spendere al massimo 100 €. Se n indica il numero degli ingressi, quale tra le seguenti disequazioni descrive il numero di ingressi che Luigi può effettuare?

- a $(10 + 7)n \leq 100$.
 b $10n + 7 \leq 100$.
 c $10 + 7n \leq 100$.
 d $10 + 7n \geq 100$.

[INVALSI - scuola secondaria II grado]

Scomponi i seguenti polinomi, dopo averne individuato qualche zero.

13 $x^3 - 3x^2 + 4$ $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ $[(x-2)^2(x+1); (x+1)(x^2+x+1)]$

14 $x^4 + x^3 - x^2 + x - 2$ $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 8x + 8$ $[(x-1)(x+2)(x^2+1); (x-2)^2(x^2+2)]$

Esegui le seguenti scomposizioni.

15 $3a^5 - 48a$ $x^2 - 4xy + 4y^2 - 4z^2$ $[3a(a-2)(a+2)(a^2+4); (x-2y-2z)(x-2y+2z)]$

16 $7x^3 - 5x^2$ $25 - 81a^2$

17 $x^3 + y^3 + x^2 - y^2$ $a^6 - 1$ $[(x+y)(x^2+x-xy-y+y^2); (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1)]$

18 $t^3 + 3t^2 - 16t - 48$ $9x^2 - 30x + 25$

19 $4x^3 - 16x^2 + 16x$ $x^3 + 2x^2 - x - 2$ $[4x(x-2)^2; (x-1)(x+1)(x+2)]$

20 $4k^3 - 4$ $x^2 + 8x + 16 - 9y^2$

21 $a^2 - 8a + 15$ $3a^2 - 12b^2$ $[(a-3)(a-5); 3(a+2b)(a-2b)]$

22 $2b^4 - 8$ $4x^3 - 16x^2 + 16x$

23 $y^2 - 6y + 5$ $x^4 - y^4 + x^2 - y^2$ $[(y-1)(y-5); (x-y)(x+y)(x^2+y^2+1)]$

Calcola il M.C.D. e il m.c.m. dei seguenti gruppi di polinomi.

24 $a^3 - a^2b$ $(a^3b - ab^3)^2$ $a^5 - a^3b^2$

25 $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$ $x^4 - y^4$ $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$

26 $x^3yz - xy^3z$ $x^3z^2 + x^2z^3 - x^2yz^2 - xyz^3$ $x^2y^2 - y^2z^2$

Semplifica le seguenti frazioni algebriche.

1 $\frac{3x^2 - 12}{4x + 8}$ $\frac{2x^2 - 12x + 18}{9 - x^2}$ $\left[\frac{3(x-2)}{4}; \frac{2(3-x)}{x+3} \right]$

2 $\frac{a^3 - a^2b}{ab^4 - a^5}$ $\frac{a^3 - b^3}{(a^2 + b^2)^2 - a^2b^2}$ $\left[-\frac{a}{(a+b)(a^2+b^2)}; \frac{a-b}{a^2-ab+b^2} \right]$

Esegui le seguenti moltiplicazioni.

3 $\frac{p^2q}{z^2} \cdot \frac{qz}{p^4}$ $\frac{x^2 - y^2}{6} \cdot \frac{20}{3x + 3y}$ $\left[\frac{q^2}{p^2z}; \frac{10(x-y)}{9} \right]$

4 $\frac{a^2 - 8a + 12}{2a^2 - 32} \cdot \frac{4a + 16}{a^2 - 4a + 4}$ $\frac{9 - x^2}{x^2 + 6x + 9} \cdot \frac{2x + 6}{2x - 6}$ $\left[\frac{2(a-6)}{(a-2)(a-4)}; -1 \right]$

Esegui le seguenti divisioni.

5 $\frac{x^2}{y^3} : \frac{x^3}{y^4}$ $\frac{a^2 - 9a - 10}{a^2 - 4} : \frac{a^2 - 1}{a^2 + a - 6}$

$[\frac{y}{x}, \frac{(a+3)(a-10)}{(a-1)(a+2)}]$

6 $\frac{x^2 - xy}{xy + y^2} : \frac{x^2 - y^2}{x^2 y^2}$ $\frac{m+n}{\frac{2}{m} + \frac{2}{n}}$

$[\frac{x^3 y}{(x+y)^2}; \frac{1}{2} mn]$

Calcola le seguenti potenze.

7 $(\frac{-2a^2 b^3}{c^4})^2$ $(\frac{x^2 - y^2}{2x^2 y^3})^3$ $(\frac{3a^2 b^3}{a-b})^{-2}$

Semplifica le seguenti espressioni.

8 $\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{2}{x^2 + x} - \frac{2}{x^2 - x}$ $[-\frac{3}{x^2 - 1}]$

9 $\frac{1}{a^2 - 2a + 1} - \frac{2}{a^2 - 1} - \frac{1}{a + 1}$ $[\frac{2 - a}{(a - 1)^2}]$

10 $\frac{1}{b - a} - \frac{2}{a + b} + \frac{3a}{a^2 - b^2}$ $[\frac{b}{a^2 - b^2}]$

11 $\frac{1}{a^2 b - ab^2} - \frac{1}{a^2 b + ab^2} - \frac{1}{a^2 - b^2}$ $[\frac{2 - a}{a(a^2 - b^2)}]$

12 $(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{x - y}) \cdot \frac{x^3 y - xy^3}{x^3 + y^3}$ $[-1]$

13 $(\frac{1}{a - b} + \frac{1}{a + b}) : (\frac{1}{a} - \frac{b}{a^2 - ab})$ $[\frac{2a^2}{(a + b)(a - 2b)}]$

14 $(\frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{x^2 - 1} - \frac{1}{x^2 - 2x + 1}) : (\frac{x}{x^2 + 1} - \frac{1}{x^2 + 1} + 1)^{-1}$ $[-\frac{1}{(x - 1)^2}]$

15 $(\frac{1}{3x - 3} + \frac{2x}{2x^3 - 2} - \frac{x}{3x^2 - 3}) \cdot \frac{3x^3 - 3}{2x + 1}$ $[\frac{2x + 1}{x + 1}]$

16 $(\frac{3}{2m + 2} + \frac{3}{m - 5} - \frac{m^2 - 1}{m^2 - 4m - 5}) : \frac{14 - 4m}{m + 1}$ $[\frac{m - 1}{4(m - 5)}]$

17 $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{x + y} + \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{x - y}$ $[-\frac{2}{y(x + y)}]$

Risolvi le seguenti equazioni frazionarie.

1 $\frac{2x + 1}{x - 1} = \frac{3}{x - 1}$ $[\text{Impossibile}]$

2 $\frac{2}{3x} - \frac{3}{x} = \frac{5}{3}$ $[-\frac{7}{5}]$

3 $\frac{2x + 1}{x - 1} = \frac{4}{x - 1}$ $[\frac{3}{2}]$

4 $\frac{3 - x}{x - 5} = \frac{2}{5 - x}$ $[\text{Impossibile}]$

5 $\frac{1}{x - 2} - \frac{2}{x + 2} = \frac{1}{x^2 - 4}$ $[5]$

6 $\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 2} = \frac{3x + 4}{x^2 + 2x} - \frac{1}{x + 1}$ $[\text{Impossibile}]$

7 $\frac{1}{x^2 + 2x - 3} - \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{2}{x^2 + 4x + 3}$ $[0]$

8 $\frac{x}{x - 3} + \frac{3 - x}{x} = \frac{9}{x^2 - 3x}$ $[\text{Impossibile}]$

Risolvi i sistemi con tutti i metodi che hai studiato: sostituzione, eliminazione, Cramer e metodo grafico

ESERCIZI PER RINFRESCARE LA MEMORIA

Le equazioni di primo grado

Risolvi le seguenti equazioni di primo grado.

1 $5(3x+2) - 6x = 7(4-x) + 2x$ $\left\{ \left\{ \frac{9}{7} \right\} \right\}$

2 $4(2x-3) + 6 - 3x = 3 - 5(x+4)$ $\left\{ \left\{ -\frac{11}{10} \right\} \right\}$

3 $\frac{6-2x}{3} = \frac{3x+1}{5}$ $\left\{ \left\{ \frac{27}{19} \right\} \right\}$

4 $4 - \frac{2}{3} \left[6 \left(2 - x + \frac{3}{4} \right) \right] = \frac{1}{4}(3-2x)$ $\left\{ \left\{ \frac{31}{18} \right\} \right\}$

5 $\frac{1}{2}x + 4 = 3 \left(\frac{1}{3}x + 1 \right) - \frac{1}{2}$ $\{ \{ 3 \} \}$

6 $\frac{a+1}{4} + \frac{a-1}{3} = 4$ $\{ \{ 7 \} \}$

7 $\frac{b-4}{3} - \frac{2b+1}{6} = \frac{5b-1}{2}$ $\left\{ \left\{ -\frac{2}{5} \right\} \right\}$

8 $\frac{2c}{9} - \frac{c-1}{6} = \frac{c+3}{12}$ $\{ \{ -3 \} \}$

9 $\frac{2(3-4d)}{3} - \frac{3(d+7)}{2} = 5d + \frac{1}{6}$ $\left\{ \left\{ -\frac{52}{55} \right\} \right\}$

10 $\frac{5-4x}{4} - \frac{6+3x}{3} = \frac{4x+1}{2} + 1$ $\left\{ \left\{ -\frac{9}{16} \right\} \right\}$

I sistemi di equazioni

Risolvi i seguenti sistemi di equazioni di primo grado.

11 $\begin{cases} 7x - 2y = 17 \\ 3x + 4y = 17 \end{cases}$ $\{ \{ (3; 2) \} \}$

12 $\begin{cases} 16x + 5y = 39 \\ 4x - 3y = 31 \end{cases}$ $\{ \{ (4; -5) \} \}$

13 $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + 5y = 7 \end{cases}$ $\{ \{ (-1; 2) \} \}$

14 $\begin{cases} 3x + y = -5 \\ 7x + 3y = 1 \end{cases}$ $\{ \{ (-8; 19) \} \}$

15 $\begin{cases} 7x - 3y = 13 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ $\{ \{ (4; 5) \} \}$

16 $\begin{cases} 9x - 5y = 2 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases}$ $\{ \{ (-2; -4) \} \}$

17 $\begin{cases} x + y = 0,5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ $\{ \{ (0,75; -0,25) \} \}$

18 $\begin{cases} 2x + 0,4y = 8 \\ 5x - 1,2y = 9 \end{cases}$ $\{ \{ (3; 5) \} \}$

19 $\begin{cases} 10x - 3y = 24,5 \\ 3x - 5y = 13,5 \end{cases}$ $\{ \{ (2; -1,5) \} \}$

20 $\begin{cases} 6x + 5y = 10,5 \\ 5x - 3y = -2 \end{cases}$ $\{ \{ (0,5; 1,5) \} \}$

Problemi con equazioni o sistemi

Risolvi i seguenti problemi.

21 Da tre anni Rosita colleziona soprammobili a forma di animaletti. Il secondo anno è riuscita a raddoppiare i pezzi della sua collezione mentre il terzo anno ne ha aggiunti 8. Quanti soprammobili aveva il primo anno se adesso ne ha 18? $\{ 5 \}$

22 Debora prepara 27 crêpes per una festa di compleanno: quelle al cioccolato sono il triplo di quelle al pistacchio che, a loro volta, sono il doppio di quelle alla marmellata. Quante crêpes di ciascun tipo ha cucinato? $\{ 3 \text{ marmellata; } 6 \text{ pistacchio; } 18 \text{ cioccolato} \}$

23 La base di un rettangolo supera di 4 cm l'altezza e il perimetro è di 52 cm. Determina la lunghezza della base e dell'altezza. $\{ 15 \text{ cm; } 11 \text{ cm} \}$

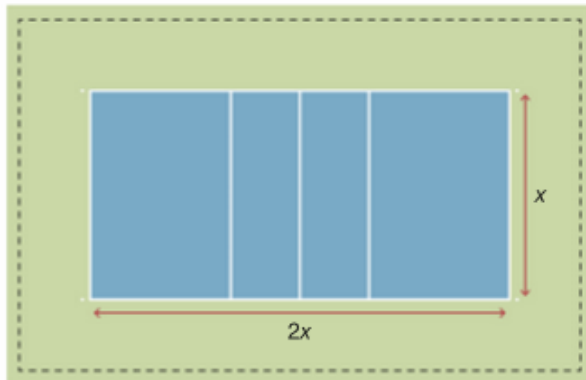
24 Un uomo ha 25 caramelle e suo figlio ne ha 55. Quante caramelle deve dare il padre al figlio perché il bambino ne abbia il quadruplo di lui? $\{ 9 \}$

25 Giuseppe ha abbastanza soldi per comprare esattamente 24 mele. Se riuscisse a convincere il fruttivendolo ad abbassare il prezzo di ciascuna mela di 5 centesimi potrebbe comprarne 6 in più. Calcola il prezzo originale di una mela. $\{ 0,25 \text{ €} \}$

26 La somma di due numeri è 120 e uno è il quadruplo dell'altro. Calcola il numero minore. $\{ 24 \}$

27 Michele ha 25 anni più di Sarah e tra cinque anni avrà il doppio dell'età di Sarah. Quanti anni hanno ora Michele e Sarah? $\{ 45; 20 \}$

- 30** ●●○ Il campo da gioco di pallavolo ha il perimetro di 54 m e una dimensione doppia rispetto all'altra. Calcola la larghezza e la lunghezza del campo. [9 m; 18 m]



- 34** ●●● Il denominatore di una frazione supera di 2 unità il numeratore. Se si sottrae 3 sia al numeratore sia al denominatore si ottiene una frazione equivalente a $\frac{3}{4}$. Determina la frazione originale. $\left[\frac{9}{11}\right]$

- 35** ●●● Un uomo si sposta da un negozio A a un negozio B della sua città alla velocità di 67 m/min; ritorna da B ad A alla velocità di 100 m/min. Gli spostamenti richiedono complessivamente 45 minuti. Calcola il tempo impiegato all'andata e al ritorno e la distanza totale percorsa.

[Circa 27 min; circa 18 min; circa 3610 m]

Le disequazioni di primo grado

Risolvi le seguenti disequazioni di primo grado.

37 $3 + \frac{x}{4} > 5 + \frac{x}{3}$ $[x < -24]$

38 $\frac{4}{9}x - 5 < 3 - \frac{2}{3}x$ $[x < \frac{36}{5}]$

39 $\frac{4}{5}x - \frac{3}{4} \geq x - \frac{1}{2}$ $[x \leq -\frac{5}{4}]$

40 $\frac{x-2}{3} < \frac{2x+3}{5} + \frac{5}{8}$ $[x > -\frac{227}{8}]$

41 $-\frac{2x-5}{6} \leq \frac{x+3}{2} + \frac{2(x+1)}{3}$ $[x \geq -\frac{8}{9}]$

Risolvi i seguenti problemi.

42 Un foglio di carta da lettere pesa 3 g, mentre una busta ne pesa 5. Con un francobollo da 1,10 € si possono spedire al massimo 20 g. Quanti fogli può usare Debora per spedire la lettera con 1,10 €? $[n \leq 5]$

43 Achahada nei primi tre test dell'anno ha preso i seguenti voti: 74, 82 e 60. Che voto può prendere nel quarto e ultimo test per avere una media di almeno 78? $[\text{voto} \geq 96]$

Risolvi in \mathbb{R} le seguenti equazioni di secondo grado intere.

15 $4x^2 - 2x = 0$

$[0, \frac{1}{2}]$

16 $4x^2 = (x+2)^2$

$[-\frac{2}{3}, 2]$

17 $9x^2 - 1 = 0$

$[\pm \frac{1}{3}]$

18 $-\frac{1}{2}x^2 = 3$

[Impossibile]

19 $3x^2 - 2x - 1 = 0$

$[-\frac{1}{3}, 1]$

20 $\frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0$

$[1 \pm \sqrt{3}]$

21 $\frac{5}{2}x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{3}{2}x^2$

$[0, \frac{1}{2}]$

22 $x^2 - x + 1 = 0$

[Impossibile]

23 $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$

$[\frac{\sqrt{5} \pm 1}{2}]$

24 $9x^2 + 12x + 4 = 0$

$[-\frac{2}{3}]$

25 $\frac{1}{2}(x-1)^2 = 2x$

$[3 \pm 2\sqrt{2}]$

26 $(2x+1)^2 = -3$

[Impossibile]

27 $x(x+10) = -21$

$[-7, -3]$

28 $\frac{1}{2}x^2 - 12 = 0$

$[\pm 2\sqrt{6}]$

29 $2x + \frac{1}{6}(x-2)^2 = -\frac{4}{3}$

$[-6, -2]$

30 $(x-1)^2 = 100$

$[-9, 11]$

Stabilisci se i seguenti trinomi sono riducibili in \mathbb{R} e, in caso affermativo, scomponili.

- | | | | |
|---|--------------------------------------|---------------------------|--|
| 38 $x^2 + 3x + 4$ | [Irriducibile] | 42 $6x^2 - x - 2$ | $\left[6\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)\right]$ |
| 39 $3x^2 - 2x - 1$ | $[(x-1)(3x+1)]$ | 43 $2x^2 + 4x + 3$ | [Irriducibile] |
| 40 $x^2 - 4x - 6$ | $[(x-2-\sqrt{10})(x-2+\sqrt{10})]$ | 44 $x^2 - 4x - 7$ | $[(x+\sqrt{11}-2)(x-\sqrt{11}-2)]$ |
| 41 $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$ | $\left[\frac{1}{2}(x-1)(x-2)\right]$ | | |

Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado frazionarie.

- | | | | |
|--|---|--|-----------------------------|
| 47 $1 + \frac{2}{x^2 - 4x} = \frac{1}{2(x-4)}$ | $\left[\frac{1}{2}\right]$ | 53 $\frac{1}{x^2 - 2x} + \frac{1}{x^2 - 4} = \frac{1}{x}$ | $[1 \pm \sqrt{7}]$ |
| 48 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} = 1$ | $\left[\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\right]$ | 54 $\frac{1}{x^2 - 2x + 1} + \frac{2}{x^2 - 3x + 2} = -\frac{2}{2-x}$ | $\left[\frac{3}{2}\right]$ |
| 49 $\frac{5}{x^2 + 2x - 3} + \frac{3}{x^2 - 1} = \frac{6}{x+1}$ | $\left[-\frac{8}{3}, 2\right]$ | 55 $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 1$ | $[-1, 2]$ |
| 50 $2 + \frac{1}{x} + \frac{3x+4}{x-2} = -\frac{2}{x^2 - 2x}$ | $\left[-\frac{1}{5}\right]$ | 56 $\frac{2x^2}{2x-1} = \frac{1}{4x-2}$ | $\left[-\frac{1}{2}\right]$ |

Risolvere le disequazioni di secondo grado con la parabola o con la regola del "DICE"

Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado.

- | | | | |
|--|---|--|--|
| 1 $x^2 - 3x - 4 > 0$ | $[x < -1 \vee x > 4]$ | 13 $(x+4)^2 \geq 9$ | $[x \leq -7 \vee x \geq -1]$ |
| 2 $-x^2 + 5x \geq 0$ | $[0 \leq x \leq 5]$ | 14 $6x - 3x^2 \leq 0$ | $[x \leq 0 \vee x \geq 2]$ |
| 3 $x^2 - 9 < 0$ | $[-3 < x < 3]$ | 15 $5 - x^2 > 0$ | $[-\sqrt{5} < x < \sqrt{5}]$ |
| 4 $-x^2 + 5x - 4 \leq 0$ | $[x \leq 1 \vee x \geq 4]$ | 16 $(2x-1)^2 \leq 0$ | $\left[x = \frac{1}{2}\right]$ |
| 5 $x^2 - x + 1 < 0$ | [Impossibile] | 17 $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + 1 > 0$ | $\left[\frac{1-\sqrt{19}}{3} < x < \frac{1+\sqrt{19}}{3}\right]$ |
| 6 $9x^2 - 6x + 1 \leq 0$ | $\left[x = \frac{1}{3}\right]$ | 18 $(3x-5)^2 > -10$ | $[\forall x \in \mathbb{R}]$ |
| 7 $x^2 - 2x + 3 > 0$ | $[\forall x \in \mathbb{R}]$ | 19 $x^2 - 3x \geq 0$ | $[x \leq 0 \vee x \geq 3]$ |
| 8 $2x^2 - x - 1 \geq 0$ | $\left[x \leq -\frac{1}{2} \vee x \geq 1\right]$ | 20 $(x-1)^2 \leq 0$ | $[x = 1]$ |
| 9 $-\frac{1}{2}x^2 + 3x - 1 \geq 0$ | $[3 - \sqrt{7} \leq x \leq 3 + \sqrt{7}]$ | 21 $2x^2 - x - 1 < 0$ | $\left[-\frac{1}{2} < x < 1\right]$ |
| 10 $9x^2 - 6x + 1 > 0$ | $[\forall x \in \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}\right\}]$ | 22 $-x^2 + 5x < 0$ | $[x < 0 \vee x > 5]$ |
| 11 $x^2 - 1 < 0$ | $[-1 < x < 1]$ | | |
| 12 $2x^2 - x - 1 < 0$ | $\left[-\frac{1}{2} < x < 1\right]$ | | |

3 Completa la seguente tabella, dove vieni guidato a risolvere una disequazione frazionaria.

Passi del procedimento	Risolvere la disequazione: $\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2 - x} \leq \frac{1}{x - 1}$																																			
Riconduci la disequazione alla forma $\frac{A(x)}{B(x)} \leq 0$.	$\frac{2}{x} - \frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{x-1} \leq 0$ <p style="text-align: right; color: red;">Scomponendo i denominatori e portando tutti i termini al primo membro</p> $\frac{2(\dots) - 1 - x}{x(x-1)} \leq 0$ <p style="text-align: right; color: red;">Calcoli</p> $\frac{x - \dots}{x(x-1)} \leq 0$ <p style="text-align: right; color: red;">Calcoli</p>																																			
Studia il segno di ciascun fattore, andando a cercare quando è positivo.	<p>1° fattore: $x - \dots > 0 \Rightarrow x > \dots$</p> <p>2° fattore: $x > 0 \Rightarrow x > 0$</p> <p>3° fattore: $x - 1 > 0 \Rightarrow x > \dots$</p>																																			
Costruisci la tabella riassuntiva dei segni dei tre fattori.	<div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="margin-right: 20px;"> <p> segno di $(x-3)$</p> <p>segno di x</p> <p>segno di $(x-1)$</p> <p>segno di $\frac{x-3}{x(x-1)}$</p> </div> <table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">...</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">...</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">...</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px;">...</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">...</td> <td style="padding: 5px;">?</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">?</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">...</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px;">+</td> </tr> </table> </div> <p>Nella tabella si è usato uno zero come simbolo per indicare l'annullarsi di un fattore o della frazione e il simbolo ? per indicare i valori di x in corrispondenza dei quali la frazione non è definita.</p>	0	...	1	...	3	...	x	-	...	-	...	0	...	+	...	0	+	+	-	...	0	+	?	+	?	...	0	+
0	...	1	...	3	...	x																														
-	...	-	...	0	...	+																														
...	0	+	+																														
-	...	0	+																														
...	?	+	?	...	0	+																														
Concludi.	La disequazione data è soddisfatta quando la frazione $\frac{x-3}{x(x-1)}$ è <i>negativa</i> o <i>nulla</i> . Dalla tabella si vede che ciò accade per: $x < \dots \vee \dots$																																			

Procedimento:


- 1) Porta tutto a primo membro e fai i calcoli per arrivare alla forma normale, (come per le equazioni fratte) $\frac{N(x)}{D(x)} > 0$ ($<$, \leq , \geq)
- 2) Studia il segno del numeratore:
 Poni $N(x) > 0$ (\geq)
 Poni $D(x) > 0$ (non può mai essere 0, quindi poni sempre strettamente maggiore di zero >0)
- 3) Fai un grafico dei segni, (ricorda di mettere i pallini pieni se i valori fanno parte della soluzione, vuoti se vanno esclusi)
- 4) Calcola il segno della frazione (regola dei segni)
- 5) Individua gli intervalli per cui la frazione è >0 o <0 come richiesto all'inizio

$$\frac{N(x)}{D(x)} > 0 \text{ (o } < 0)$$
- 6) Scrivi la soluzione.

Risolvi le seguenti disequazioni frazionarie.

<p>23 $\frac{2x}{x^2 + 2x - 9} \leq 0$ $[x < -1 - \sqrt{10} < 0 \leq x < \sqrt{10} - 1]$</p> <p>24 $\frac{5-x}{x^2-4} < 0$ $[-2 < x < 2 \vee x > 5]$</p> <p>25 $\frac{x^2-4}{x} > 0$ $[-2 < x < 0 \vee x > 2]$</p> <p>26 $\frac{x^2-4x}{3-x} < 0$ $[0 < x < 3 \vee x > 4]$</p>	<p>33 $\frac{x^2+x}{x^2-9} \geq 0$ $[x < -3 \vee -1 \leq x \leq 0 \vee x > 3]$</p> <p>34 $\frac{2x^2-x-1}{x^2-6x} \leq 0$ $[-\frac{1}{2} \leq x < 0 \vee 1 \leq x < 6]$</p> <p>35 $\frac{1}{x} > 4x$ $[x < -\frac{1}{2} \vee 0 < x < \frac{1}{2}]$</p> <p>36 $\frac{1}{x-2} \leq 4-x$ $[x < 2 \vee x = 3]$</p>
---	---

4 Completa la seguente tabella in cui vieni guidato a risolvere un sistema di disequazioni.

Passi del procedimento	Risolvere il sistema $\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + x - 6 \leq 0 \end{cases}$
Risolvi le singole disequazioni del sistema.	<p>La <i>prima</i> disequazione del sistema è soddisfatta negli intervalli alle soluzioni dell'equazione $x^2 - 1 = 0$, cioè per i valori di x tali che: $x \leq -1 \vee x \geq \dots \rightarrow S_1$</p> <p>La <i>seconda</i> disequazione del sistema è soddisfatta nell'intervallo interno alle soluzioni dell'equazione $x^2 + x - 6 = 0$, cioè per: $\dots \leq x \leq \dots \rightarrow S_2$</p>
Rappresenta gli insiemi delle soluzioni delle disequazioni risolte al passo precedente (S_1 e S_2) e deduci qual è la loro intersezione (S).	
Concludi.	<p>Il sistema è soddisfatto per: $\dots \leq x \leq -1 \vee \dots \leq x \leq \dots$</p>

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

- 42 $\begin{cases} 5x - x^2 \geq 0 \\ 3 - x > 0 \end{cases}$ [0 ≤ x < 3]
- 43 $\begin{cases} x^2 - x + 1 < 0 \\ 5 - x^2 \geq 0 \end{cases}$ [Impossibile]
- 44 $\begin{cases} \frac{5}{x} > 1 \\ -x^2 \geq -2 \end{cases}$ [0 < x ≤ √2]
- 45 $\begin{cases} x^2 \geq (x - 2)^2 \\ (x + 1)(x - 2) < x + 4 \end{cases}$ [1 ≤ x < 1 + √7]
- 46 $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \geq 0 \\ 6 > x^2 \end{cases}$ [-√6 < x ≤ -1]
- 47 $\begin{cases} \frac{x}{x^2 - 1} \geq 0 \\ x^2 - 4 < 0 \end{cases}$ [-1 < x ≤ 0 ∨ 1 < x < 2]
- 48 $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \geq 0 \\ x + \frac{1}{x} < 0 \end{cases}$ [x < 0]
- 49 $\begin{cases} \frac{x}{x^2 - 6x + 5} \leq 0 \\ -x \leq 0 \end{cases}$ [1 < x < 5 ∨ x = 0]
- 50 $\begin{cases} \frac{1}{x - 3} > 2 \\ 9 - x^2 \geq 0 \end{cases}$ [Impossibile]

Buon lavoro e buone vacanze.

L'insegnante
Silvia Tomei